

**TEZA LA MATEMATICA PE SEMESTRUL I**  
**CLASA a XII-a, M2\_tehnologic**  
**12.12.2013**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

(5p) 1. Să se calculeze în  $Z_8$  suma  $S = \widehat{1} + \widehat{2} + \widehat{3} + \widehat{4} + \widehat{5} + \widehat{6} + \widehat{7}$ .

(5p) 2. Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție  $x * y = x + y - 5$ , să se determine elementul neutru.

(5p) 3. Pe mulțimea  $M = [2, \infty)$  se definește legea  $x \perp y = xy - 2x - 2y + 6$ . Rezolvați în  $M$  ecuația  $x \perp x = 11$ .

(5p) 4. Calculați  $\int \sqrt{\frac{6}{x^2+3}} dx$

(5p) 5. Fie funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 6$  și  $F(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Să se determine  $a, b$  și  $c$  astfel încât funcția  $F$  să fie o primitivă a funcției  $f$  și  $F(0) = 5$

(5p) 6. Calculați  $\int \cos^2 x dx$

**SUBIECTUL II (30 de puncte)**

1. Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție  $x * y = xy - 3x - 3y + 12$ .

(5p) a) Să se arate că  $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$ .

(5p) b) Arătați că  $x * 3 = 3 * x = 3$ .

(5p) c) Știind că legea este asociativă să se calculeze:

$$(-2013) * (-2012) * \dots * 2013 * 2014.$$

2. Se consideră mulțimea  $G = \left\{ A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a-1 \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{R}^* \right\}$ .

(5p) a) Să se calculeze  $A(4) \cdot A(5)$

(5p) b) Să se determine elementul neutru al înmulțirii matricelor din  $G$ .

(5p) c) Să se calculeze simetricul lui  $A(2)$  în raport cu operația de înmulțire a matricelor.

**SUBIECTUL III (30 de puncte)**

1. Se considera funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x^2+1}$ .

(5p) a) Calculați  $\int (x^2 + 1)f(x) dx$ ;

(5p) b) Calculați  $\int f(x) dx$ ;

(5p) c) Calculați  $\int f'(x)e^{f(x)} dx$ .

2. Fie funcțiile  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 + 4x + 3)e^x$ ,  $g(x) = (x^2 + 2x + 1)e^x$

(5p) a) Să se calculeze  $\int f(x) dx - \int g(x) dx$ .

(5p) b) Să se arate că  $g$  este o primitivă a funcției  $f$

(5p) c) Calculați  $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx$

**TEZA LA MATEMATICA PE SEMESTRUL I**  
**CLASA a XII-a, M2\_tehnologic**  
**12.12.2013**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**Subiectul I****30 de puncte**

1	Calcul direct $S = \widehat{4}$	5p
2	Exista $e \in \mathbb{R}$ astfel incat $x * e = e * x = x, \forall x \in \mathbb{R}$ $e = 5$	2p 3p
3	$x \perp x = x^2 - 4x + 6$ Rezolvarea ecuației $x^2 - 4x - 5 = 0,$	2p 3p
4	$\sqrt{6} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3}}$ Finalizare	1p 4p
5	$\int f(x)dx = x^2 - 6x + c$ sau $F'(x) = 2ax + b$ $a = 1, b = -6$ $F(0) = 5, c = 5$	2p 2p 1p
6	$\int \cos^2 x dx = \int \cos x (\sin x)' dx = \sin x \cos x - \int (\cos x)' \sin x dx$ Finalizare	2p 3p

**Subiectul al II-lea****30 puncte**

1.a)	$(x - 3)(y - 3) + 3 = xy - 3x - 3y + 9 + 3$ Finalizare	2p 3p
b)	$x * 3 = 3$ $3 * x = 3$ Finalizare	2p 2p 1p
c)	$x * 3 = 3 * x = 3.$ Finalizare	3p 2p
2.a)	$A(4) \cdot A(5) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ Finalizare $\begin{pmatrix} 1 & 19 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$	2p 3p
b)	$I_2$ este elemental neutru al înmulțirii matricelor $A(1) = I_2$	3p 2p
c)	$A(a) \cdot A(b) = A(ab)$ $A(2) \cdot A(x) = A(1)$ $A\left(\frac{1}{2}\right) =$ simetricul lui $A(2)$ în raport cu operația de înmulțire a matricelor	2p 1p 2p

## Subiectul al III-lea

30 puncte

1.a)	$\int (x^2 + 1)f(x)dx = \int (x^2 + 2x + 1)dx$	2p
	Finalizare	3p
b)	$\int f(x)dx = \int dx + \int \frac{2x}{x^2+1} dx.$	2p
	Finalizare	3p
c)	$f(x) = t$	1p
	$f'(x)dx = dt$	1p
	Finalizare $F'(x) > 0, (\forall)x \in \mathbb{R}$ , deci F crescătoare pe $\mathbb{R}$	3p
2.a)	$\int f(x)dx - \int g(x)dx = \int (2x + 2)e^x$	2p
	Formula de integrare prin părți	1p
	Finalizare	2p
b)	$\int f(x)dx = g(x) \text{ sau } g'(x) = f(x)$	2p
	Finalizare	3p
c)	$\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \int \frac{x+3}{x+1} dx$	3p
	Finalizare	2p