SUBIECTE PROPUSE PENTRU CONCURSUL DE MATEMATICĂ
CLASA a VIII-a
TELCIU 16 NOIEMBRIE 2013

I. Arătați că dacă $a, b, c > 0$ și $a + b + c = 1$, atunci:

$$\sqrt{a^2 + 7a + 10} + \sqrt{b^2 + 8b + 15} + \sqrt{c^2 + 9c + 8} \leq 13$$

*Prof. Ioan Tebieș - Școala Gimnazială „George Coșbuc”*

II. În tetraedrul ABCD unghiul format de dreptele AC și BD este de $n^\circ$ și AC=$a$, iar BD =$b$. Fie $M \in (AB), N \in (BC), P \in (CD)$ și $Q \in (DA)$ astfel încât: $\frac{MA}{MB} = \frac{NC}{NB} = \frac{PC}{PD} = \frac{QA}{QD} = k \ (k > 0)$.

Arătați că MNPQ este un paralelogram și exprimați aria lui în funcție de $a, b, k$ și $n$.

*Manual de matematică, Editura Teora Educațional*

III. a).Aflați numerele reale pozitive $x$ și $y$ pentru

$xy = 2$ și $(x + 2)(y + 1)$=8

b).Aflați valoarea raportului $\frac{2x+3y}{4x+y}$, știind că $x, y$ sunt numere reale nenule, $x \neq y$ și $2x^2 - 5xy + 3y^2 = 0$

*Gazeta Matematică - Supliment Exerciții mai 2013*

BAREM DE CORECTARE - CLASA a VIII-a

SI.

Descompunerea în factori a trinoamelor de sub cei trei radicali:

$a^2+7a$+10=(a+2)(a+5) 1 p

$b^2+8b+15=(b+3)(b+5)$ 1p

$c^2+9c+8=(c+1)(c+8)$ 1p

Folosind egalitatea mediei în cele trei cazuri obține:

$\sqrt{(a+2)(a+5)}\leq\frac{2a+7}{2}$ 1p

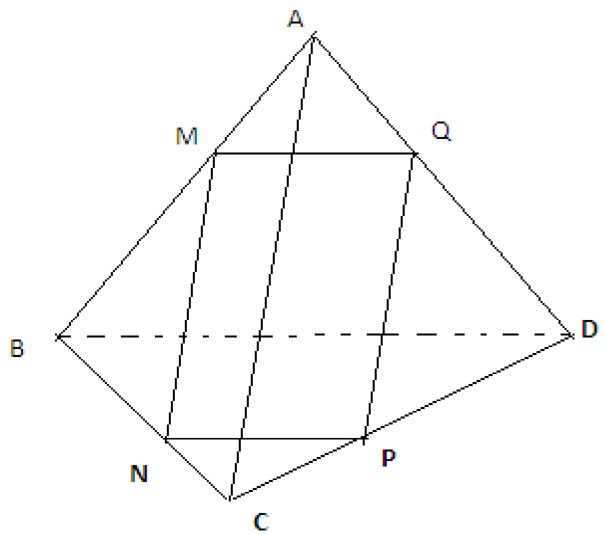
$\sqrt{(b+3)(b+5)}\leq\frac{2b+8}{2}$ 1p

$\sqrt{(c+1)(c+8)}\leq\frac{2c+9}{2}$ 1p

Finalizare:

$\sqrt{(a+2)(a+5)}+\sqrt{(b+3)(b+5)}+\sqrt{(c+1)(c+8)}\leq\frac{2(a+b+c)+24}{2}=13$ 1p

S II.




Desen 1p

În $\Delta ABD$: $\frac{MA}{MB} = \frac{QA}{QD} = k \rightarrow MQ||BD$ $\rightarrow MQ||NP$ (1) 1,5 p

În $\Delta BDC$: $\frac{NC}{NB} = \frac{PC}{PD} = k \rightarrow NP||BD$

În $\Delta ABC$: $\frac{MA}{MB} = \frac{NC}{NB} = k \rightarrow MN||AC$ $\rightarrow MQ||QD$ (2) 1,5 p

În $\Delta ABD$: $\frac{NC}{NB} = \frac{PC}{PD} = k \rightarrow QP||AC$

Din (1) și (2)$\rightarrow$ $MNPQ - paralelogram$

Scrie aria paralelogramului $A_{MNPQ}$=MN . NP sin $n^{\circ}$ 1p

Determină MN și NP funcție de a, b și k.

$MN = \frac{a}{K+1}$ 1p

$NP = \frac{bk}{k+1}$ 1p

Află aria $A = \frac{abk}{(k+1)^2} \quad sin \ n^{\circ}$ 1p

S III.

a). Aflați numerele reale pozitive x și y pentru care xy=2 și (x+2)(y+1)=8

b). Calculați raportul $\frac{2x+3y}{4x+y}$, știind că x , y sunt numere reale nenule, $x \neq y$ și $2x^2 - 5xy + 3y^2$

Soluție:

a). $(x+2)(y+1) = 8 \rightarrow xy + x + 2y + 2 = 8$

$2 + x + 2y + 2 = 8 \rightarrow x + 2y = 4$ 1p

$\rightarrow x = 4 - 2y$, care înlocuit în relația din enunț conduce la (4-2y)y=2

1p

$$4y-2y^2-2=0 \rightarrow -2(y^2-2y+1)=0 \rightarrow y^2-2y+1=0 \rightarrow (y-1)^2$$
$$0 \rightarrow y=1, x=2-\text{soluție}\begin{Bmatrix} x=2 \\ y=1 \end{Bmatrix}$$

1p

b). $2x^2-5xy+3y^2 = 2x^2-2xy-3xy+3y^2 = 2x(x-y)-3y(x-y)$ =0

2p

$x-y=0 \rightarrow x=y$ nu convine și

$2x-3y=0 \rightarrow 2x=3y \;\; \text{și}\; 4x=6y$

1p

Deci $\frac{3y+3y}{6y+y}=\frac{6}{7}$ 1p