Concursul de matematică *”Valea Sălăuței”*

Liceul Tehnologic Telciu, 16 noiembrie 2013

Clasa a VII-a

Subiectul I

Determinați numerele întregi m și n știind că
$$7(m+1) = 2014^n - m^2.$$

(7 puncte)

Subiectul II

Aflați numărul natural n care verifică relația:

$$\frac{1+3^1+3^2+3^3+\cdots+3^n}{1+3^{-1}+3^{-2}+3^{-3}+\cdots+3^{-n}} = 27^{671}.$$

(7 puncte)

Subiectul III

Fie ABC un triunghi dreptunghic în A. Bisectoarea unghiului $\sphericalangle ABC$ intersectează pe AC în D și perpendiculara în C pe BC în E. Paralela prin E la AC intersectează pe AB în F. Arătați că patrulaterul FECD este romb.

(7 puncte)

Barem

Subiectul I

$7(m+1) = 2014^n - m^2$ imlică $m^2 + 7m + 7 = 2014^n$ 1p

$m(m+7) = 2014^n - 7$ 1p

$m(m+7)$ este număr par înseamnă că $2014^n - 7$este număr par 1p

adică $n = 0$ 1p

$m(m+7) = -6$ 1

de unde avem $m \epsilon \{-1, -6\}$ 2p

Subiectul II

$1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^n = \frac{3^{n+1}-1}{2}$...1p

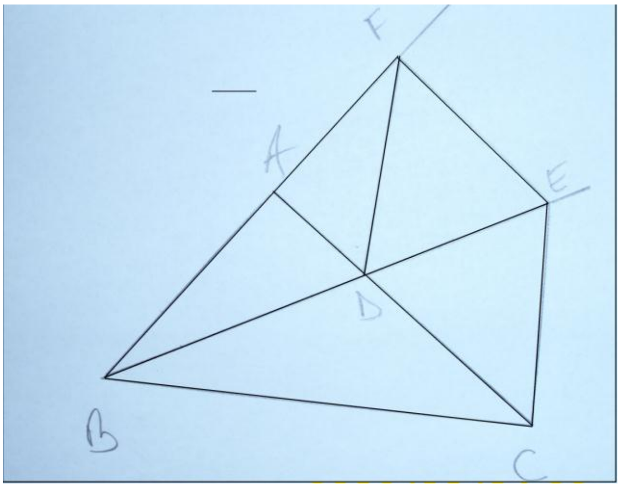
$1 + 3^{-1} + 3^{-2} + 3^{-3} + \cdots + 3^{-n} = \frac{3^{n+1}-1}{2 \cdot 3^n}$ 2p

$\frac{1+3^1+3^2+3^3+\cdots+3^n}{1+3^{-1}+3^{-2}+3^{-3}+\cdots+3^{-n}} = 3^n$...2p

$27^{671} = 3^{2013}$ 1p

$n = 2013$..1p

Subiectul III



$\widehat{CED} \equiv \widehat{CDE} \rightarrow CD \equiv CE$ 2p

E este situat pe bisectoarea unghiului $\sphericalangle ABC$ implică $EF \equiv CE$ 2p

CD și EF paralele și congruente deci DCEF paralelogram 2p

Cum $CD \equiv CE \equiv FE$ înseamnă că $DCEF$ este romb......................................1p