

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că numărul $3(4 + \sqrt{3}) - \sqrt{27}$ este natural.
- 5p** 2. Calculați $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(x^2 + 8) = \log_7(6x)$.
- 5p** 4. După o scumpire cu 30%, prețul unui obiect este 325 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(1,3)$ și $R(3,3)$. Determinați coordonatele punctului Q , știind că R este mijlocul segmentului PQ .
- 5p** 6. Arătați că $\sin 10^\circ + \sin 30^\circ - \sin 170^\circ = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Calculați $\det A$.
- 5p** b) Arătați că $B \cdot A - A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A + xB) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$.
- 5p** a) Arătați că $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, pentru orice număr real x .
- 5p** b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = x$.
- 5p** c) Calculați $1 \circ 2 \circ \dots \circ 2014$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x$.
- 5p** a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $e^x \geq x + 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Calculați $\int_1^2 (3 - f(x)) dx$.
- 5p** b) Determinați primitiva $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(1) = 3$.
- 5p** c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = xf(x)$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$
Barem de evaluare și de notare

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3(4 + \sqrt{3}) = 12 + 3\sqrt{3}$ $12 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 12 \in \mathbb{N}$	2p 3p
2.	$f(1) + f(2) + \dots + f(10) = 2(1 + 2 + \dots + 10) + 30 =$ $= 140$	2p 3p
3.	$x^2 + 8 = 6x \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$ Rezultă $x_1 = 2$ și $x_2 = 4$, care verifică ecuația	2p 3p
4.	Se notează cu x prețul înainte de scumpire $\Rightarrow x + 30\% \cdot x = 325$ $x = 250$	2p 3p
5.	R mijlocul lui $(PQ) \Rightarrow x_R = \frac{x_P + x_Q}{2}$ și $y_R = \frac{y_P + y_Q}{2}$ $x_Q = 5$ $y_Q = 3$	1p 2p 2p
6.	$\sin 170^\circ = \sin 10^\circ$ $\sin 10^\circ + \sin 30^\circ - \sin 170^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 6 - 2 =$ $= 4$	3p 2p
b)	$B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow B \cdot A - A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$	2p 3p
c)	$\det(A + xB) = \begin{vmatrix} -3 & 1+x \\ 2+x & -2 \end{vmatrix} = -x^2 - 3x + 4$ $x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -4$ și $x_2 = 1$	3p 2p
2.a)	$x \circ 3 = 3x - 3(x + 3) + 12 = 3$, pentru orice număr real x $3 \circ x = 3x - 3(3 + x) + 12 = 3 \Rightarrow x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, pentru orice număr real x	2p 3p
b)	$x \circ x = x^2 - 6x + 12$ $x^2 - 6x + 12 = x \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$ $x_1 = 3$ și $x_2 = 4$	1p 2p 2p

c)	$1 \circ 2 \circ \dots \circ 2014 = (1 \circ 2) \circ 3 \circ (4 \circ 5 \circ \dots \circ 2014) =$ $= 3 \circ (4 \circ 5 \circ \dots \circ 2014) = 3$	2p 3p
-----------	---	------------------------

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (e^x)' - x' =$ $= e^x - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ $f(0) = 1$, $f'(0) = 0 \Rightarrow$ ecuația tangentei este $y = 1$	2p 3p
c)	$f'(0) = 0$; $f'(x) < 0$, pentru $x \in (-\infty, 0)$ și $f'(x) > 0$, pentru $x \in (0, +\infty)$ $f(x) \geq f(0) \Rightarrow e^x \geq x + 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	3p 2p
2.a)	$\int_1^2 (3 - f(x)) dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx =$ $= \ln x \Big _1^2 = \ln 2$	2p 3p
b)	$f(x) = 3 - \frac{1}{x} \Rightarrow$ o primitivă F a funcției f este de forma $F(x) = 3x - \ln x + c$, unde $c \in \mathbb{R}$ $F(1) = 3 \Leftrightarrow c = 0 \Rightarrow F(x) = 3x - \ln x$	3p 2p
c)	$V = \pi \int_1^2 g^2(x) dx = \pi \int_1^2 (3x - 1)^2 dx = \pi \int_1^2 (9x^2 - 6x + 1) dx =$ $= \pi (3x^3 - 3x^2 + x) \Big _1^2 = 13\pi$	2p 3p