

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE
MATEMATICĂ
Etapa I – 19.10.2013

Numele și Prenumele	
Școala	

Clasa a XI-a 4 ore

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.



SUBIECTUL I. (48 de puncte) Încercuțiți răspunsul corect.

- 8 p** 1. Numărul $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16}$ este egal cu:
 A. 2 B. 16 C. 4 D. 1 E. 5
- 8 p** 2. Numărul $4\log_4 8$ este egal cu:
 A. $\frac{1}{2}$ B. 6 C. 2 D. 3 E. $\frac{3}{2}$
- 8 p** 3. Conjugatul numărului complex $z = (2+i)^2$ este egal cu:
 A. 3 B. -3 C. $3+4i$ D. $3-i$ E. $3-4i$
- 8 p** 4. Numărul $\frac{C_7^4}{A_7^2}$ este egal cu:
 A. $\frac{5}{3}$ B. 5 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{6}$ E. 7
- 8 p** 5. Numărul submulțimilor ordonate cu trei elemente ale mulțimii $\{2,4,6,8\}$ este egal cu:
 A. 4 B. 3 C. 12 D. 6 E. 24
- 8 p** 6. Distanța dintre punctele $A(1,-3)$ și $B(2,4)$ este egală cu:
 A. $5\sqrt{2}$ B. 2 C. 7 D. $\sqrt{48}$ E. 8

SUBIECTUL II. (30 de puncte)

Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

- 5 p** 1. Considerăm dezvoltarea $(1 + \sqrt{3})^n$, unde n este un număr natural mai mare sau egal cu 4.
- 5 p** a) Al treilea termen al dezvoltării este egal cu
- 5 p** b) Valoarea lui n pentru care dezvoltarea are exact 17 termeni este egală cu
- 5 p** c) Valoarea lui n pentru care al cincilea termen al dezvoltării este 45 este egală cu
- 5 p** 2. Considerăm punctul $A(0,1)$ și dreapta d de ecuație $y = 2x - 1$.
- 5 p** a) Panta dreptei d este egală cu
- 5 p** b) Ecuația perpendicularei din punctul A pe dreapta d este $y = \dots\dots\dots$.
- 5 p** c) Abscisa simetricului punctului A față de dreapta d este $x = \dots\dots\dots$.

SUBIECTUL III. (12 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

1. Considerăm funcția $f : [1, \infty) \rightarrow [2, \infty)$, $f(x) = x^2 - 2x + 3$.
- 2 p a) Demonstrați că funcția f este bijectivă.
- 2 p b) Calculați $f^{-1}(5)$.
- 2 p c) Arătați că ecuația $f(f(x)) = x$ nu are soluții.
2. Considerăm mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$.
- 2 p a) Determinați numărul funcțiilor injective $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow A$.
- 2 p b) Determinați numărul submulțimilor mulțimii A având un număr impar de elemente.
- 2 p c) Determinați numărul perechilor (X, Y) de submulțimi ale mulțimii A cu $X \cap Y = \emptyset$ astfel încât mulțimea $X \cup Y$ are exact opt elemente.

Punctaj: 100 de puncte.

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

MATEMATICĂ

Etapa I – 19.10.2013

Barem de corectare și notare

Clasa a XI-a 4 ore

Subiectele I și II

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. Item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6
Răspunsul	C	B	E	D	E	A

Nr. Item	II.1a	II.1b	II.1c	II.2a	II.2b	II.2c
Răspunsul	$3C_n^2 = \frac{3n(n-1)}{2}$	16	5	2	$-\frac{1}{2}x+1$	$\frac{8}{5}$

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1.	<p>a) Fie $y \in [2, \infty)$. Ecuația $y = f(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 - y = 0$ are $\Delta = 4(y-2) \geq 0$. (1p) În intervalul $[1, \infty)$ ecuația are o unică soluție, de unde rezultă cerința. (1p)</p> <p>b) Avem de mai sus $f^{-1}(y) = 1 + \sqrt{y-2}$, (1p) deci $f^{-1}(5) = 1 + \sqrt{3}$. (1p)</p> <p>c) Observăm că $f(x) > x$, deoarece $x^2 - 3x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. (1p) Atunci $f(f(x)) > f(x) > x$, de unde rezultă cerința. (1p)</p>
2.	<p>a) Sunt A_{10}^3 funcții injective. (2p)</p> <p>b) Sunt $2^{10-1} = 2^9$ submulțimi având un număr impar de elemente. (2p)</p> <p>c) Fie B o submulțime arbitrară a lui A având 8 elemente. Numărul perechilor (X, Y) de submulțimi ale mulțimii A cu $X \cap Y = \emptyset$ și $X \cup Y = B$ este egal cu numărul submulțimilor lui B, deci este 2^8. (1p) Sunt $C_{10}^8 = 45$ de alegeri ale lui B, deci sunt $45 \cdot 2^8$ perechi cerute. (1p)</p>

- Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.