

**EVALUARE ÎN EDUCAȚIE**  
**MATEMATICĂ**  
**Etapa I – 19.10.2013**

<b>Numele și Prenumele</b>	
<b>Școala</b>	

**Clasa a XII-a 3 ore**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.



**SUBIECTUL I. ( 48 de puncte) Încercuiți răspunsul corect.**

- 8 p** 1. Fie matricele cu elemente reale  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Matricea  $C = 2A + B$  este egală cu:
- A.  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$       B.  $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$       C.  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$       D.  $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$       E.  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
- 8 p** 2. Determinantul  $\begin{vmatrix} -5 & 7 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$  este egal cu:
- A. -3      B. 5      C. -7      D. 11      E. 3
- 8 p** 3. Cât este  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{4x^2+1}$  ?
- A. 0      B.  $-\infty$       C.  $\infty$       D. 1      E.  $\frac{1}{2}$
- 8 p** 4. Cât este  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+5}{x^2}$  ?
- A. 5      B. 2      C. 3      D.  $\infty$       E.  $-\infty$
- 8 p** 5. Derivata funcției  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 - 1$  este egală cu:
- A.  $6x$       B.  $2x - 1$       C.  $6x - 1$       D.  $6x^2$       E.  $6x^2 - 1$
- 8 p** 6. Cât este  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x+1}$  ?
- A. 1      B.  $\infty$       C.  $-\infty$       D.  $e$       E. 0

**SUBIECTUL II. (30 de puncte)**

**Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.**

- 5 p** 1. Considerăm matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$  cu elemente reale.
- 5 p** a) Suma elementelor matricei  $M = A^2 - 3A$  este egală cu ..... .
- 5 p** b) Determinantul matricei  $C = A^2 - 3A - 7I_2$  este egal cu ..... .

- 5 p c) Matricea  $X$  care verifică relația  $AX = A - 10I_2$  este  $\begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$ .
2. Considerăm funcția  $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ .
- 5 p a) Derivata funcției  $f$  este  $f'(x) = \dots$ .
- 5 p b) Ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$  este  $y = \dots$ .
- 5 p c) Ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul  $P(2,3)$  este  $y = \dots$ .

**SUBIECTUL III. (12 puncte)**

**Scrieți rezolvările complete.**

1. Considerăm matricele cu elemente reale  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$ .
- 2 p a) Arătați că  $\det(A + xI_2) > 0$  oricare ar fi numărul real  $x$ .
- 2 p b) Determinați valorile reale ale lui  $a$  și  $b$  pentru care  $AB = BA$ .
- 2 p c) Determinați valorile reale ale lui  $a$  și  $b$  știind  $B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .
2. Considerăm funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .
- 2 p a) Calculați derivata funcției  $f$ .
- 2 p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x}$ .
- 2 p c) Determinați cel mai mic număr real  $a$  pentru care funcția  $f$  este descrescătoare pe intervalul  $[a, \infty)$ .

**Punctaj: 100 de puncte.**

**EVALUARE ÎN EDUCAȚIE**

**MATEMATICĂ**

**Etapa I – 19.10.2013**

**Barem de corectare și notare**

**Clasa a XII-a 3 ore**

**Subiectele I și II**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. Item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6
Răspunsul	E	A	A	D	A	E

Nr. Item	II.1a	II.1b	II.1c	II.2a	II.2b	II.2c
Răspunsul	20	9	2 -3 -4 3	$-\frac{2}{(x-1)^2}$	1	$-2x+7$

**Subiectul III**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

<b>1.</b>	<p>a) <math>\det(A + xI_2) = \begin{vmatrix} 1+x &amp; -1 \\ 2 &amp; 2+x \end{vmatrix}</math> (1p) <math>= x^2 + 3x + 4 &gt; 0, \forall x \in \mathbb{R}</math>. (1p)</p> <p>b) <math>AB = \begin{pmatrix} 1-a &amp; 1-b \\ 2+2a &amp; 2+2b \end{pmatrix}, BA = \begin{pmatrix} 3 &amp; 1 \\ a+2b &amp; -a+2b \end{pmatrix}</math>. (1p) Obținem <math>a = -2, b = 0</math>. (1p)</p> <p>c) <math>BB^{-1} = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 2a-b &amp; -a+b \end{pmatrix}</math>. (1p) Obținem <math>a = 1, b = 2</math>. (1p)</p>
<b>2.</b>	<p>a) <math>f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}</math>. (2p)</p> <p>b) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( 2 \frac{f(2x) - f(0)}{2x} - \frac{f(x) - f(0)}{x} \right)</math> (1p)  <math>= 2f'(0) - f'(0) = f'(0) = 1</math>. (1p)</p> <p>c) Funcția <math>f</math> este crescătoare pe intervalul <math>[-1, 1]</math> și este descrescătoare pe intervalul <math>[1, \infty)</math>. (1p) Rezultă că <math>a = 1</math>. (1p)</p>

- Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.