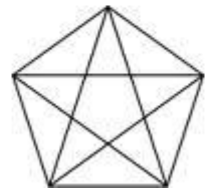
Concursul de selecție **MICII CAMPIONI** – ediția 2013 Prima zi

Joi, 06 iunie 2013

1. Câte triunghiuri apar în figura alăturată?



Justificați răspunsul.

2. Făt Frumos vrea să ghicească câte farfurii de mâncare a devorat mâncăciosul Fomilă. Împăratul Roșu îi dezvăluie că numărul de farfurii este egal cu ultimele 4 cifre ale celui de-al 2013-lea termen al șirului 3, 15, 24, 48, 63, 99 ... .Fiecare termen al șirului este determinat ca cel mai mare număr care se împarte exact la 3 și este mai mic ca un pătrat perfect (un pătrat perfect este un număr natural înmulțit cu el însuși). Câte farfurii a mâncat Fomilă?

3. Aflaţi toate numerele de trei cifre care se micşorează de şase ori după ştergerea primei cifre.

4. Se atribuie fiecărui vârf al unui cub un număr natural de la 1 la 8, astfel încât oricăror două vârfuri distincte să nu li se atribuie acelaşi număr. Se atribuie fiecărei feţe un număr egal cu suma numerelor atribuite vârfurilor care o determină.

a) Să se arate că dacă există o faţă căreia i s-a atribuit numărul 18, atunci mai există cel puţin o faţă cu acelaşi număr atribuit.

b) Să se arate că există patru feţe cu suma numerelor atribuite egală cu 72.

c) Să se arate că dacă există două feţe cu suma numerelor atribuite egală cu 48, atunci sigur există o faţă cu numărul atribuit mai mic decât 13.

5. Pe un cerc sunt scrise 2014 numere naturale astfel încât suma oricăror 30 de numere consecutive este egală cu 120. Dacă numărul de pe locul 194 este 3, ce număr este pe locul 2013 ?

6. La o competiţie de tenis de masă au participat 12 elevi. Punctajul obţinut de fiecare dintre elevi la sfârşitul turneului s-a calculat ca fiind raportul dintre numărul de victorii obţinute şi numărul de meciuri jucate. Se cunoaşte faptul că fiecare dintre elevi a jucat cel puţin un meci, nefiind obligatoriu ca fiecare să joace cu fiecare.

a. Dacă niciunul dintre elevi nu a disputat mai mult de un meci cu un alt participant arătaţi că în orice moment al competiţiei au existat cel puţin doi elevi care să fi jucat acelaşi număr de meciuri;

b. Dacă fiecare dintre cei 12 participanţi a jucat acelaşi număr de meciuri, calculaţi suma punctajelor acestora;

7. În timpul unei excursii, la o cabană de munte a poposit un grup format din 29 de băieţi şi fete. Seara se dansează. Unul dintre băieţi a dansat cu 6 fete, al doilea cu 7 fete, al treilea cu 8 fete, al patrulea cu 9 fete şi aşa mai departe. Ultimul dintre băieţi a invitat toate fetele la dans. Calculaţi câţi băieţi şi câte fete erau în acel grup.

Fiecare subiect valorează 7 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 120 minute.

Concursul de selecție **MICII CAMPIONI** – ediția 2013 Prima zi

BAREM Joi, 06 iunie 2013

1. Câte triunghiuri apar în figura alăturată? Justificați răspunsul.

Barem

- Pentru afirmații directe și greșite asupra numărului de triunghiuri se acordă 1p
- Pentru afirmații directe și corecte asupra numărului de triunghiuri se acordă max 3p
- Pentru metode de numărare și rezultat greșit se acordă max 3p
- Pentru justificarea integrală a rezultatului corect se acordă 7p

2. Făt Frumos vrea să ghicească câte farfurii de mâncare a devorat mâncăciosul Fomilă. Imparatul Roșu îi dezvăluie că numărul de farfurii este egal cu ultimele 4 cifre ale celui de-al 2013-lea termen al șirului 3, 15, 24, 48, 63, 99 ... .Fiecare termen al șirului este determinat ca cel mai mare număr care se împarte exact la 3 și este mai mic ca un pătrat perfect. Câte farfurii a mâncat Fomilă?

Barem

- Pentru încercări aproximative de determinare a formulei se acordă 1p
- Pentru determinarea corectă a formulei pentru primilor termeni ai șirului se acordă max 3p
- Pentru justificarea integrală a rezultatului corect se acordă 7p

3. Aflaţi toate numerele de trei cifre care se micşorează de şase ori după ştergerea primei cifre.

Barem

- scrierea relației $\overline{abc} = 6x\overline{bc}$ 1p
- scrierea relației $\overline{bc} = 20a$ 1p
- Pentru cazurile a=1,2,3,4 1p/caz
- Pentru restul de cazuri 1p

4. Se atribuie fiecărui vârf al unui cub un număr natural de la 1 la 8, astfel încât oricăror două vârfuri distincte să nu li se atribuie acelaşi număr. Se atribuie fiecărei feţe un număr egal cu suma numerelor atribuite vârfurilor care o determină.

a) Să se arate că dacă există o faţă căreia i s-a atribuit numărul 18, atunci mai există cel puţin o faţă cu acelaşi număr atribuit.

b) Să se arate că există patru feţe cu suma numerelor atribuite egală cu 72.

c) Să se arate că dacă există două feţe cu suma numerelor atribuite egală cu 48, atunci sigur există o faţă cu numărul atribuit mai mic decât 13.

Barem

a) Suma numerelor atribuite celor *8* vârfuri este *1+2+...+8=36*. Dacă a_1, a_2, a_3, a_4 sunt numerele atribuite unei fețe și $a_1+a_2+ a_3+ a_4 = 18$ atunci fața opusă are atribuit numărul $a_5+a_6+ a_7+ a_8 =36-(a_1+a_2+ a_3+ a_4) =18$ 3p

b) Suma numerelor atribuite pentru 2 fețe opuse este a1+a2+...+ a8=36. Deci 2 perechi decâte 2 fețe opuse au suma 72. 2p

c) Cum fețele opuse au suma numerelor atribuite 36, atunci cele 2 fețe cu suma 48 sunt fețe alăturate. Fie a1, a2, a3, a4, a5,a6 sunt numerele atribuite vârfurilor celor 2 fețe alăturate, iar a3, a4 numerele atribuite laturii comune. Atunci a1+a2+2(a3+ a4)+ $a_5+a_6=48$. *Valoarea maximă a sumei când* $a_3+ a_4$ *este maximă. Se arată prin reducere la absurd că* a_3, a_4 *sunt 7, 8 nu neapărat în această ordine. Deci* a_1, a_2, a_5, a_6 *sunt numerele 3, 4. 5, 6 nu neapărat în această ordine, rezultă* a_7, a_8 sunt numerele 1, 2. Sunt 3 variante posibile și în fiecare caz există față cu suma mai mică de 13. 2p

Observație se acordă 1p pentru formularea unor concluzii din unele exemple

5. Pe un cerc sunt scrise 2014 numere naturale astfel încât suma oricăror 30 de numere consecutive este egală cu 120. Dacă numărul de pe locul 194 este 3, ce număr este pe locul 2013 ?

Barem Se observă că pe cerc complementul oricărui grup de 4 numere consecutive fixate (restul de 2010 numere) este format din 67 grupe de 30 numere consecutive, deci orice grup de 4 numere consecutive are suma constantă. 2p

Complementul oricărui grup de 2 numere consecutive fixate (restul de 2012 numere) este format din 503 grupe de 4 numere consecutive, deci orice grup de 2 numere consecutive are suma constantă, 2p

Suma care este egală cu a 15-a parte din 120, adică 8. 1p

În concluzie, numerele de pe poziție pară sunt egale între ele, la fel și cele de pe poziție impară. 1p

Cum pe o poziție pară este valoare 3, rezultă că pe o poziție impară este valoarea 5. Răspuns 5. 1p

6. La o competiţie de tenis de masă au participat 12 elevi. Punctajul obţinut de fiecare dintre elevi la sfârşitul turneului s-a calculat ca fiind raportul dintre numărul de victorii obţinute şi numărul de meciuri jucate. Se cunoaşte faptul că fiecare dintre elevi a jucat cel puţin un meci, nefiind obligatoriu ca fiecare să joace cu fiecare.

a) Dacă niciunul dintre elevi nu a disputat mai mult de un meci cu un alt participant arătaţi că în orice moment al competiţiei au existat cel puţin doi elevi care să fi jucat acelaşi număr de meciuri;

b) Dacă fiecare dintre cei 12 participanţi a jucat acelaşi număr de meciuri, calculaţi suma punctajelor acestora; Arătaţi că indiferent de numărul de meciuri pe care le-a disputat fiecare dintre cei 12 elevi, suma punctajelor lor nu este mai mică decât 1 şi nici mai mare decât 11.

Barem

a) În orice moment al competiţiei, numărul minim de meciuri jucate de fiecare dintre elevi este 0 şi maxim 11, cu excepţia finalului acesteia când fiecare dintre participanţi a disputat cel puţin câte un meci 1p

Dacă la un moment dat unul dintre elevi ar fi avut disputate 11 jocuri înseamnă că a jucat cu fiecare dintre ceilalţi, deci niciunul dintre aceştia nu poate avea la acel moment 0 jocuri. 1p

Din cele 11 posibilităţi (1-11 sau 0-10), fiind vorba de 12 competitori, conform principiului lui Dirichlet cerinţa e îndeplinită. 1p

b) Fie n numărul de meciuri disputate de fiecare. Notând cu $v_1, v_2, \dots, v_{12}$ numărul de victorii înregistrate de cei 12 elevi şi cu $î_1, î_2, \dots, î_{12}$ numărul înfrângerilor, avem că $v_1 + v_2 + \dots + v_{12} = î_1 + î_2 + \dots + î_{12} = 6n$. 2p

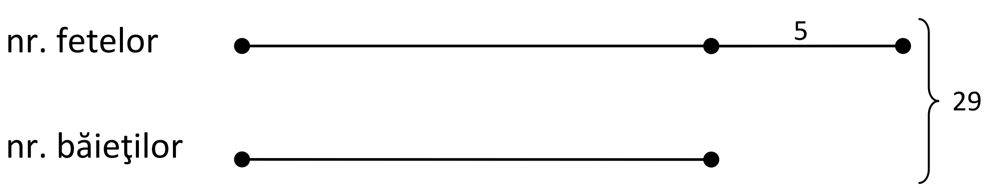
Punctajul cerut este $P = \frac{v_1}{n} + \frac{v_2}{n} + \dots + \frac{v_{12}}{n} = \frac{6n}{n} = 6$ 2p

7. În timpul unei excursii, la o cabană de munte a poposit un grup format din 29 de băieţi şi fete. Seara se dansează. Unul dintre băieţi a dansat cu 6 fete, al doilea cu 7 fete, al treilea cu 8 fete, al patrulea cu 9 fete şi aşa mai departe. Ultimul dintre băieţi a invitat toate fetele la dans. Calculaţi câţi băieţi şi câte fete erau în acel grup.

Barem n = numărul de ordine al ultimului dansator = numărul băieţilor

Dansator I dansează cu 1+5 fete
Dansator II ………… 2+5 fete
Dansator III ………… 3+5 fete
Dansator IV ……….. 4+5 fete
……
Dansator *XII* ……………… *12*+5 fete, deci rezultat 12 băieți și 17 fete 2p

Fiecare dansator a dansat cu 5 fete mai mult decât numărul său de ordine, deci n + 5 = numărul fetelor 2p



29-5 = 24
n = 24:2 = 12
nr. băieţilor = 1x12 = 12
nr. fetelor = 12+5 = 17 3p

Observație Pentru scrierea directă a relației n + 5 = numărul fetelor și apoi justificare răspuns se acordă max. 4p

Pentru orice soluţie corectă integrală sau parţială, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Concursul de selecție **MICII CAMPIONI** – ediția 2013 Prima zi

SOLUȚII Joi, 06 iunie 2013

1. Câte triunghiuri apar în figura alăturată? Justificați răspunsul.

Soluție Se notează pentagonul cu numere de la 1 la 10 și apoi, prin numărare directă, se obțin 35 triunghiuri.

2. Fat Frumos vrea sa ghiceasca cate farfurii de mancare a devorat mancaciosul Fomila. Imparatul Rosu ii dezvaluie ca numarul de farfurii este egal cu ultimele 4 cifre ale celui de-al 2013-lea termen al sirului 3, 15, 24, 48 ... .Fiecare termen al sirului este determinat ca cel mai mare numar care se imparte exact la 3 si este mai mic ca un patrat perfect. Cate farfurii a mancat Fomila?

Soluție In conformitate cu regula formării șirului, se observă că sunt pătratele perfecte următoarelor numere: 2,4,5,7,8,10,....Deci al 2013-lea termen va fi $(2+1006*3)^2$-1=9.120.400 – 1=9.120.399. Răspuns 0399.

3. Aflaţi toate numerele de trei cifre care se micşorează de şase ori după ştergerea primei cifre.

Soluție $\overline{abc} = 6x\overline{bc} \Rightarrow 100a + \overline{bc} = 6\overline{bc} \ \Rightarrow \ \overline{bc} = 20a$. Deci $\overline{abc} \in \{120, 240, 360, 480\}$

4. Se atribuie fiecărui vârf al unui cub un număr natural de la 1 la 8, astfel încât oricăror două vârfuri distincte să nu li se atribuie acelaşi număr. Se atribuie fiecărei feţe un număr egal cu suma numerelor atribuite vârfurilor care o determină.

a) Să se arate că dacă există o faţă căreia i s-a atribuit numărul 18, atunci mai există cel puţin o faţă cu acelaşi număr atribuit.
b) Să se arate că există patru feţe cu suma numerelor atribuite egală cu 72.
c) Să se arate că dacă există două feţe cu suma numerelor atribuite egală cu 48, atunci sigur există o faţă cu numărul atribuit mai mic decât 13.

Soluție

a) Suma numerelor atribuite celor *8* vârfuri este *1+2+...+8=36*. Dacă a_1, a_2, a_3, a_4 sunt numerele atribuite unei fețe și $a_1+a_2+a_3+a_4 = 18$ atunci fața opusă are atribuit numărul $a_5+a_6+a_7+a_8=36-(a_1+a_2+a_3+a_4)=18$
b) Suma numerelor atribuite pentru 2 fețe opuse este $a_1+a_2+...+a_8=36$. *Deci 2 perechi decâte 2 fețe opuse au suma 72.*
c) *Cum fețele opuse au suma numerelor atribuite 36, atunci cele 2 fețe cu suma 48 sunt fețe alăturate. Fie* a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 sunt numerele atribuite vârfurilor celor 2 fețe alăturate, iar a_3, a_4 numerele atribuite laturii comune. Atunci $a_1+a_2+2(a_3+a_4)+a_5+a_6=48$. *Valoarea maximă a sumei când* a_3+a_4 *este maximă. Se arată prin reducere la absurd că* a_3, a_4 *sunt 7, 8 nu neapărat în această ordine. Deci* a_1, a_2, a_5, a_6 *sunt numerele 3, 4. 5, 6 nu neapărat în această ordine, rezultă* a_7, a_8 sunt numerele 1, 2. Sunt 3 variante posibile și în fiecare caz există față cu suma mai mică de 13.

5. Pe un cerc sunt scrise 2014 numere naturale astfel încât suma oricăror 30 de numere consecutive este egală cu 120. Dacă numărul de pe locul 194 este 3, ce număr este pe locul 2013 ?

Soluție. Se observă că pe cerc complementul oricărui grup de 4 numere consecutive este format din 67 grupe de 30 numere consecutive, deci orice grup de 4 numere consecutive are suma constantă. În continuare, complementul oricărui grup de 2 numere consecutive este format din 503 grupe de 4 numere consecutive, deci orice grup de 2 numere consecutive are suma constantă, sumă care este egală cu a 15-a parte din 120, adică 8. În concluzie, numerele de pe poziție pară sunt egale între ele, la fel și cele de pe poziție impară. Cum pe o poziție pară este valoare 3, rezultă că pe o poziție impară este valoarea 5. Răspuns 5.

6. La o competiţie de tenis de masă au participat 12 elevi. Punctajul obţinut de fiecare dintre elevi la sfârşitul turneului s-a calculat ca fiind raportul dintre numărul de victorii obţinute şi numărul de meciuri jucate. Se cunoaşte faptul că fiecare dintre elevi a jucat cel puţin un meci, nefiind obligatoriu ca fiecare să joace cu fiecare.

a) Dacă niciunul dintre elevi nu a disputat mai mult de un meci cu un alt participant arătaţi că în orice moment al competiţiei au existat cel puţin doi elevi care să fi jucat acelaşi număr de meciuri;

b) Dacă fiecare dintre cei 12 participanţi a jucat acelaşi număr de meciuri, calculaţi suma punctajelor acestora; Arătaţi că indiferent de numărul de meciuri pe care le-a disputat fiecare dintre cei 12 elevi, suma punctajelor lor nu este mai mică decât 1 şi nici mai mare decât 11.

<u>Soluţie</u>

a) În orice moment al competiţiei, numărul minim de meciuri jucate de fiecare dintre elevi este 0 şi maxim 11, cu excepţia finalului acesteia când fiecare dintre participanţi a disputat cel puţin câte un meci
Dacă la un moment dat unul dintre elevi ar fi avut disputate 11 jocuri înseamnă că a jucat cu fiecare dintre ceilalţi, deci niciunul dintre aceştia nu poate avea la acel moment 0 jocuri. Din cele 11 posibilităţi (1-11 sau 0-10), fiind vorba de 12 competitori, conform principiului lui Dirichlet cerinţa e îndeplinită.

b) Fie n numărul de meciuri disputate de fiecare. Notând cu $v_1, v_2, ..., v_{12}$ numărul de victorii înregistrate de cei 12 elevi şi cu $î_1, î_2, ..., î_{12}$ numărul înfrângerilor, avem că $v_1 + v_2 + ... + v_{12} = î_1 + î_2 + ... + î_{12} = 6n$. Punctajul cerut este

$$\mathrm{P} = \frac{v_1}{n} + \frac{v_2}{n} + ... + \frac{v_{12}}{n} = \frac{6n}{n} = 6$$

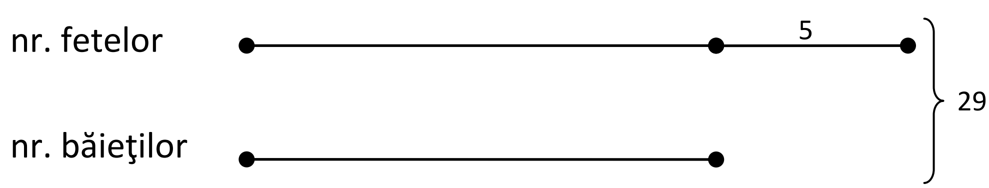
7. În timpul unei excursii, la o cabană de munte a poposit un grup format din 29 de băieţi şi fete. Seara se dansează. Unul dintre băieţi a dansat cu 6 fete, al doilea cu 7 fete, al treilea cu 8 fete, al patrulea cu 9 fete şi aşa mai departe. Ultimul dintre băieţi a invitat toate fetele la dans.

Calculaţi câţi băieţi şi câte fete erau în acel grup.

<u>Soluție</u> n = numărul de ordine al ultimului dansator = numărul băieţilor

Dansator I dansează cu 1+5 fete
Dansator II ……………….2+5 fete
Dansator III …………….. 3+5 fete
Dansator IV …………….. 4+5 fete
……
Dansator n ……………… n+5 fete

Rezultă că fiecare dansator a dansat cu 5 fete mai mult decât numărul său de ordine, deci n + 5 = numărul fetelor



29-5 = 24
n = 24:2 = 12
nr. băieţilor = 1x12 = 12
nr. fetelor = 12+5 = 17

Concursul de selecție **MICII CAMPIONI**
A doua zi Vineri, 07.06.2013

ATENȚIE!
Fiecare răspuns se va marca prin înnegrirea variantei corecte. Exemplu:
Ce valoare are expresia 2012 – 200·3?
(a) 7216 (b) 0 (c) 1412 (d) 1400 (e) 2612

Toate probleme au o singură variantă corectă de răspuns.

1. Calculați valoarea expresiei $2013 + 3 \cdot 9 \cdot 11$.
(a) 2110 (b) 2200 (c) 2270 (d) 2310 (e) 2383

2. Calculați 11 + 26 + 38 + 89 + 44 + 56 + 74 + 62.
(a) 397 (b) 398 (c) 399 (d) 400 (e) 401

3. Dacă $2x + 7 = 5x - 11$, ce valoare are x?
(a) 4 (b) $19/2$ (c) 5 (d) 5, 5 (e) 6

4. Cu cât este egală expresia (2013 + 4026 + 6039 + 10065) : 2013?
(a) 10104 (b) 1347 (c) 124 (d) 10 (e) 15

5. Cu cât este egală suma (1 + 0) + (2 + 1) + (3 + 2) + … + (100 + 99)?
(a) 1000 (b) 10000 (c) 9550 (d) 10125 (e) 15000

6. Cu cât este egală suma 2 + 9 + 16 + 23 + … + 702?
(a) 3555 (b) 35552 (c) 5333 (d) 53332 (e) 33355

7. În clasa a V-a a Colegiului Național de Informatică „Tudor Vianu” sunt 30 de elevi. Fiecare elev are exact 5 prieteni din clasa sa. Câte relații distincte de prietenie sunt în clasa a V-a?
(a) 30 (b) 60 (c) 75 (d) 120 (e) 150

8. Care este cea mai mare valoare care se împarte exact la 5 pe care o poate lua expresia 11□12□13□14. Dacă în fiecare căsuță □ este scris un +, un × sau un ÷?
(a) 50 (b) 2195 (c) 1730 (d) 2355 (e) nu exista

9. Dacă $(2x - 1)(3x + 7) = x(6x - 11)$, ce valoare are x?
(a) 0 (b) $1/2$ (c) $5/7$ (d) $7/22$ (e) 1

10. Găsiți x dacă $103x - 345 = 2024$.
(a) 20 (b) 21 (c) 22 (d) 23 (e) 24

11. Inmulțiți 2 cu el insusi de 10 ori. Ce rezultat ati obtinut?
(a) 64 (b) 128 (c) 256 (d) 512 (e) 1024

12. Numerele x, y, z și t satisfac următoarele ecuații:

$$x + y + z + t = 4$$
$$x - 2y + z + t = 1$$
$$x + 3y - 2z + t = 3$$
$$x + 4y - z - t = 3$$

Cu cât este egal x?
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

13. Care este cel mai mare număr de cutii în care pot fi imparțite numerele 1; 2; 3; …; 20 astfel încât sumele numerelor din fiecare cutie să fie egale?
(a) 7 (b) 10 (c) 12 (d) 15 (e) niciuna din variantele de mai sus

14. Raluca, Elena și Cristina au împreună 58 de mărgele. Raluca și Elena au împreună 34 de mărgele. Elena și Cristina au împreună 42 de mărgele. Câte mărgele are Elena?
(a) 8 (b) 12 (c) 18 (d) 20 (e) 22

15. Un număr natural se numește prim dacă se împarte exact numai la 1 și la el însuși. Care din următoarele numere este prim?
(a) 20 (b) 21 (c) 22 (d) 23 (e) 24

16. O pizzerie vinde un fel de pizza simplă cu sos de roșii și mozzarella. Clientii pot adăuga, sau nu, unul sau două din ingredientele următoare: jambon, ciuperci, măsline, ceapă. Pizzeria oferă trei dimensiuni de pizza: mică, medie și mare. Câte tipuri diferite de pizza sunt oferite?
(a) 33 (b) 30 (c) 21 (d) 51 (e) 75

17. Trei zile de marți ale unei luni pică în zile pare. Ce zi a săptămânii pică pe 21 al acestei luni?
(a) miercuri (b) joi (c) vineri (d) sambata (e) duminica

18. Fănel, Dorel, Ionel și Bănel călătoresc prin tărâmul de Nicăieri și vor să ajungă în orasul de Nicăieri. Fănel se află la NORD-VEST de oraş, Dorel la SUD-VEST, Ionel la SUD-EST, iar Bănel la NORD-EST. Fănel este mai la SUD decât Bănel, iar Bănel este mai la VEST decât Ionel. Dorel este mai la VEST decât Fănel și mai la SUD decât Ionel. În ținutul de Nicăieri călătorii pot călătorii numai mergând drept spre unul din cele patru puncte cardinale. Considerând că cei patru călători merg cu aceiași viteza și pornesc spre orașul de Nicăieri în acelaşi timp, care dintre ei ajunge primul în orașul de Nicăieri?
(a) Fanel (b) Dorel (c) Ionel (d) Banel (e) nu avem suficiente informatii

19. Care din următoarele mulțimi de piese de șah se pot așeza pe o tablă de șah fără a se ataca între ele?
(a) 4 ture, 4 regine, un nebun (b) 4 ture, 17 pioni (c) 11 cai, 3 ture (d) 33 de cai (e) 17 regi

20. O colecție de numerele naturale se numește perfectă dacă suma numerelor din mulțime este egală cu produsul lor. Care este numărul maxim de numere distincte care pot face parte dintr-o colecție perfectă?
(a) 1 (b) 12 (c) 50 (d) 103
(e) colectiile cochete pot contine oricat de multe numere naturale distincte

21. O broscuță vrea să urce 100 de trepte. Ea sare *b* trepte când se află la baza treptelor, după care sare câte *a* trepte o data. Pentru câte perechi (*a; b*) cu $b < a$ broscuța ajunge exact pe a 100-a treaptă?
(a) 14 (b) 45 (c) 100 (d) 112 (e) 200

22. Câte numere care se împart exact la 11 există în lista următoare: 121, 156, 221, 286, 1203, 1243, 1555, 3679, 4646, 4664, 7909, 19096?
(a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9 (e) 10

23. are 3 vase: unul de 3 litri, unul de 5 litri și unul de 11 litri. Vasul de 11 litri este plin cu apă. Vasile are voie doar sa răstoarne apa dintr-un vas în altul. Ce cantitate de apă NU poate fi măsurată exact de Vasile, folosind cele 3 vase?
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5 (e) 6

24. Familia Popescu vrea să plece în vacanță. Domnul Popescu s-a asigurat ca mașina familiei are 60 de litri de motorină în rezervor. La fiecare 100 de km mașina lor consumă 8 litri de motorină. Familia a hotărât ca după fiecare 250 de km să facă o oprire pentru a alimenta cu 8 litri de motorină. Cu acest plan de vacanta câți km poate familia Popescu să parcurgă?
(a) 1000 (b) 2500 (c) 1250 (d) 1500 (e) 1150

25. Florin trebuie să citească un roman de 250 de pagini pentru ora de limba română. După ce a citit 10 pagini, Florin s-a hotărât că nu îi place romanul. Pentru a avea idee de ce se întâmplă în carte, el decide să citească câte o pagină la fiecare 5 pagini. Cât la sută din carte o să citească Florin? Alegeți cel mai apropiat răspuns.
(a) 1% (b) 5% (c) 10% (d) 15% (e) 20%

26. Care este ultima cifră a expresiei $11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot ... \cdot 19 : 15$?
(a) 0 (b) 2 (c) 4 (d) 6 (e) 8

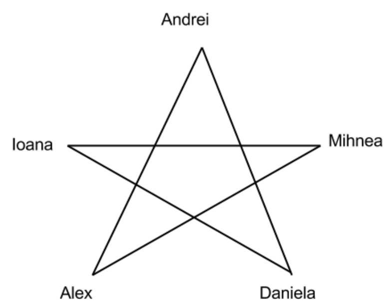
27. Intr-un ținut de mult uitat, un rege așteaptă să își savureze cina. El știe că 3 din cele 10 feluri de mâncare pe care i le-au pregătit bucătarii sunt otrăvite cu 3 substanțe diferite. Cele trei otrăvuri sunt speciale pentru că au efect numai când sunt ingerate împreună. Regele este pofticios. El dorește să mănânce din 9 feluri de mâncare. Care este probabilitatea să moară regele?
(a) 0 (b) 1 (c) $^1/_3$ (d) $^3/_{10}$ (e) $^7/_{10}$

28. Câte numere $\overline{abcd}$, cu $a \neq 0$, există astfel încât $\overline{abcd} + \overline{bcd} - \overline{cd} + \overline{d} = 1234$?
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

29. Fie a, b și c trei cifre, $a \neq 0$ si $c \neq 0$, astfel încât $\overline{aab} \times \overline{b} = \overline{cb5b}$. Cu cât este egală suma $a + b + c$?
(a) 13 (b) 15 (c) 16 (d) 17 (e) 20

30. Fie ecuația $10 \cdot \overline{TUD} + \overline{OR} = \overline{VIANU}$, unde literele reprezintă cifre, iar $T \neq 0$ și $V \neq 0$. Cu cât este egală suma $T + U + V + I$?
(a) 13 (b) 14 (c) 17 (d) 19 (e) 21
31. Fie n un număr natural astfel încât $2n \cdot n - 18n + 36 = 0$. Ce puteți spune despre numerele n și 3?
(a) n se împarte exact la 3
(b) n este mai mic decât 3
(c) n este mai mare decât 3
(d) sunt egale
(e) toate variantele de mai sus sunt false

32. Ioana, Alex, Andrei, și Daniela se joacă leapșa și folosesc jetoane pentru a ține scorul. În timpul jocului 4 dintre ei încearcă să îl prindă pe al cincilea. De fiecare dată când jucătorul urmărit este prins, el sau ea trebuie să plătească câte un jeton fiecărui jucător cu care NU este prieten. Jucătorul care îl prinde pe jucătorul urmărit devine noul jucător urmărit. Jocul se termină când cineva rămâne fără jetoane. Relațiile de prietenie dintre jucători sunt prezentate în imaginea de mai jos. Fiecare linie reprezintă o relație de prietenie. Dacă fiecare jucător începe cu 3 jetoane, care dintre următoarele distribuții este un rezultat posibil pentru jocul descris?



(a) Ioana 3 jetoane, Alex 4 jetoane, Andrei 5 jetoane, Mihnea 0 jetoane, Daniela 1 jeton
(b) Ioana 3 jetoane, Alex 2 jetoane, Andrei 0 jetoane, Mihnea 8 jetoane, Daniela 2 jetoane
(c) Ioana 0 jetoane, Alex 5 jetoane, Andrei 4 jetoane, Mihnea 3 jetoane, Daniela 3 jetoane
(d) Ioana 3 jetoane, Alex 2 jetoane, Andrei 5 jetoane, Mihnea 0 jetoane, Daniela 4 jetoane
(e) niciuna din variantele de mai sus

33. Alina și Maria se plimbau în parc când au găsit două grămăjoare de mărgele. O grămăjoară avea 13 mărgele, iar cealaltă avea 8 mărgele. Ele se hotărăsc să joace următorul joc. Când îi vine rândul uneia din fete, ea trebuie să aleagă una din următoarele două mutări:
- să ia orice număr de mărgele dintr-o gramajoara
- să ia același număr de mărgele din fiecare grămăjoară

Fetele sunt obligate când le vine rândul să ia măcar o mărgea. Câștigă cine ia ultima mărgea. Presupunând că cele două fete sunt experte în acest joc și știu cum să joace optim, ce puteți spune despre acest joc?
(a) Alina câștigă
(b) Maria câștigă
(c) câștigă fata care începe jocul
(d) câștigă fata care nu începe jocul
(e) nu putem spune de la începutul jocului cine va câștiga

34. Câte perechi ($a; b$) de numere naturale mai mici decât *100* există astfel încât $a \cdot a + b \cdot b$ se împarte exact la 3?
(a) 1156 (b) 4 (c) 302 (d) 106 (e) 1204

35. Cine a fost Tudor Vianu?
(a) critic literar (b) pictor (c) matematician (d) informatician (e) politician

1. (d) 2310
2. (d) 400
3. (e) 6
4. (d) 10
5. (b) 10000
6. (b) 35552
7. (c) 75
8. (b) 2195
9. (d) 7/22
10. (d) 23
11. (e) 1024
12. (a) 1
13. (b) 10
14. (c) 18
15. (d) 23
16. (a) 33
17. (e) duminica
18. (e) nu avem suficiente informatii
19. (c) 11 cai, 3 ture
20. (e) colectiile perfecte pot contine oricat de multe numere distincte
21. (c) 100
22. (a) 6
23. (c) 4
24. (e) 1150

25. (e) 20%

26. (d) 6

27. (e) 7/10

28. (c) 2

29. (d) 17

30. (d) 19

31. (a) n se imparte exact la 3

32. (b) Ioana 3 jetoane, Alex 2 jetoane, Andrei 0 jetoane, Mihnea 8 jetoane, Daniela 2 jetoane

33. (d) castiga fata care nu incepe jocul

34. (a) 1156

35. (a) critic literar