

**Examenul de bacalaureat național 2013**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Varianta 4**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $2(2 + \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} = 4$ .
- 5p** 2. Calculați  $f(4) + f(-4)$  pentru funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 4$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $7^{2x} = 49$ .
- 5p** 4. Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 10%.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(4,3)$  și  $B(4,1)$ . Calculați distanța de la punctul  $A$  la punctul  $B$ .
- 5p** 6. Calculați  $\sin 45^\circ - \sin 135^\circ$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 1 & m \\ m & m+1 \end{pmatrix}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** a) Calculați  $\det A$ .
- 5p** b) Pentru  $m = -2$ , arătați că  $A + B = O_2$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $m$  pentru care  $A \cdot B = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 7 & 16 \end{pmatrix}$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + 2X^2 + X$ .
- 5p** a) Arătați că  $f(-1) = 0$ .
- 5p** b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului  $f$  la polinomul  $g = X^2 + X$ .
- 5p** c) Calculați  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ , știind că  $x_1, x_2, x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 10 - \frac{11}{x}$ .
- 5p** a) Verificați dacă  $f'(x) = \frac{x^2 + 11}{x^2}$ , pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $f$  este crescătoare pe intervalul  $(0, +\infty)$ .
- 5p** c) Arătați că funcția  $f$  este concavă pe intervalul  $(0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 9$ .
- 5p** a) Calculați  $\int_1^2 f'(x) dx$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{3}{2} + 9 \ln 2$ .
- 5p** c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x) - x^2$  este egal cu  $81\pi$ .

**Examenul de bacalaureat național 2013**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***  
**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 4**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$2(2 + \sqrt{3}) = 4 + 2\sqrt{3}$ $4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.</b>	$f(4) = 8$ $f(-4) = 0$ $f(4) + f(-4) = 8$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
<b>3.</b>	$7^{2x} = 7^2$ $x = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>4.</b>	$\frac{10}{100} \cdot 1000 = 100$ Prețul după scumpire este 1100 de lei	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5.</b>	$AB = \sqrt{(4-4)^2 + (1-3)^2}$ $AB = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>6.</b>	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin 45^\circ - \sin 135^\circ = 0$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det A = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 4 =$ $= -5$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	Pentru $m = -2$ avem $A + B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2m-1 & m+2 \\ m+2 & 3m+1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2m-1 & m+2 \\ m+2 & 3m+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 7 & 16 \end{pmatrix} \Leftrightarrow m = 5$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$f(-1) = (-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 + (-1) =$ $= -1 + 2 - 1 = 0$	<b>2p</b> <b>3p</b>

<b>b)</b>	Câtul este $X + 1$ Restul este 0	2p 3p
<b>c)</b>	$x_1 + x_2 + x_3 = -2$ , $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 1$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (-2)^2 - 2 \cdot 1 = 2$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = x' + 10' - \left(\frac{11}{x}\right)' = 1 - 11 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) =$ $= 1 + \frac{11}{x^2} = \frac{x^2 + 11}{x^2}$ , pentru orice $x \in (0, +\infty)$	3p 2p
<b>b)</b>	$x \in (0, +\infty) \Rightarrow x^2 + 11 > 0$ $f'(x) = \frac{x^2 + 11}{x^2} \Rightarrow f'(x) > 0$ , pentru orice $x \in (0, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(0, +\infty)$	3p 2p
<b>c)</b>	$f''(x) = -\frac{22}{x^3}$ , pentru orice $x \in (0, +\infty)$ $f''(x) < 0$ , pentru orice $x \in (0, +\infty) \Rightarrow f$ este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$	2p 3p
<b>2.a)</b>	$\int_1^2 f'(x) dx = f(x) \Big _1^2 =$ $= f(2) - f(1) = 3$	3p 2p
<b>b)</b>	$\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^2 \left(x + \frac{9}{x}\right) dx =$ $= \left(\frac{x^2}{2} + 9 \ln x\right) \Big _1^2 = \frac{3}{2} + 9 \ln 2$	2p 3p
<b>c)</b>	$V = \pi \int_0^1 g^2(x) dx = \pi \int_0^1 (x^2 + 9 - x^2)^2 dx =$ $= \pi \cdot 81x \Big _0^1 = 81\pi$	2p 3p