

Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3(4 - \sqrt{3}) + 3\sqrt{3} = 12$.
- 5p 2. Calculați $f(-4) + f(4)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 16$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x - 2)^2 - x^2 + 8 = 0$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o ieftinire cu 30%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 4)$ și $B(2, 1)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B .
- 5p 6. Calculați $\cos A$, știind că $\sin A = \frac{1}{2}$ și unghiul A este ascuțit.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, unde b este număr real.
- 5p a) Calculați $\det A$.
- 5p b) Determinați numărul real b pentru care $A \cdot B = 2I_2$.
- 5p c) Determinați numărul real b pentru care $\det(A + B) = 0$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 + 2X$.
- 5p a) Calculați $f(1)$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X - 2$.
- 5p c) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 2)^3$.
- 5p a) Verificați dacă $f'(x) = 3x^2 + 12x + 12$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x^2}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 1$.
- 5p a) Verificați dacă funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^3}{3} + x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 0$ și $x = 1$.
- 5p c) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{3}{2} + \ln 2$.

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3(4 - \sqrt{3}) = 12 - 3\sqrt{3}$ $12 - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 12$	2p 3p
2.	$f(-4) = 0$ $f(4) = 0 \Rightarrow f(-4) + f(4) = 0$	2p 3p
3.	$(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$ $x = 3$	2p 3p
4.	$\frac{30}{100} \cdot 100 = 30$ Prețul după ieftinire este 70 de lei	2p 3p
5.	$AB = \sqrt{(2 - 2)^2 + (1 - 4)^2}$ $AB = 3$	3p 2p
6.	$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \Rightarrow \cos^2 A = \frac{3}{4}$ $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 0 =$ $= 4$	3p 2p
b)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2b & 2 - 2b \\ 0 & 2b \end{pmatrix}$ $A \cdot B = 2I_2 \Leftrightarrow b = 1$	3p 2p
c)	$A + B = \begin{pmatrix} 2 + b & -1 \\ 0 & 2 + b \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + B) = (2 + b)^2$ $(2 + b)^2 = 0 \Leftrightarrow b = -2$	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 =$ $= 1 - 3 + 2 = 0$	2p 3p
b)	Câtul este $X^2 - X$ Restul este 0	2p 3p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 3, x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 2$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (x^3 + 6x^2 + 12x + 8)' =$ $= 3x^2 + 12x + 12$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$f'(x) = 3(x+2)^2$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \Rightarrow f$ este crescătoare pe \mathbb{R}	2p 3p
c)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 12x + 12}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(3 + \frac{12}{x} + \frac{12}{x^2} \right)}{x^2} =$ $= 3$	3p 2p
2.a)	$F'(x) = \left(\frac{x^3}{3} + x \right)' = x^2 + 1$ $F'(x) = f(x)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \Rightarrow F$ este o primitivă a funcției f	3p 2p
b)	$\mathcal{A} = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big _0^1 =$ $= \frac{4}{3}$	3p 2p
c)	$\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x} dx = \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x} \right) dx =$ $= \left(\frac{x^2}{2} + \ln x \right) \Big _1^2 = \frac{3}{2} + \ln 2$	2p 3p