Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că numărul $a=3(2+5i)-5(1+3i)$ este real.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie cu axa Ox a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+10x+25$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5\left(x^2+x+1\right)=\log_5(x+2)$.

5p **4.** După o ieftinire cu 10% preţul unui produs este 90 de lei. Calculaţi preţul produsului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta h de ecuație $y=x-1$ şi punctul $A(2,2)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d care trece prin A şi este paralelă cu h.

5p **6.** Calculaţi cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=5$, $AC=6$ şi $BC=7$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ x & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătaţi că $A(2)+A(6)=2A(4)$.

5p **b)** Determinaţi numărul real x pentru care $\det(A(x))=0$.

5p **c)** Determinaţi inversa matricei $A(2)$.

2. Se consideră x_1, x_2 și x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f=X^3+X^2+mX+m$, unde m este un număr real.

5p **a)** Arătaţi că f este divizibil cu $X+1$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinaţi numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=11$.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui m știind că $|x_1|=|x_2|=|x_3|$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln x$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstraţi că $x\geq \ln x+1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x(x+1)(x-1)$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_2^3 \frac{f(x)}{x(x-1)}dx=\frac{7}{2}$.

5p **b)** Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f ştiind că $F(1)=-1$.

5p **c)** Arătaţi că $\int_2^e \frac{f(x)\ln x}{x^2-1}dx=\frac{e^2}{4}-2\ln 2+1$.

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$3(2+5i)=6+15i$	**2p**
	$5(1+3i)=5+15i$	**2p**
	$a=1\in\mathbb{R}$	**1p**
2.	$f(x)=0\Rightarrow(x+5)^2=0$	**2p**
	$x=-5$ şi $y=0$	**3p**
3.	$x^2+x+1=x+2$	**3p**
	Rezultă $x=-1$ sau $x=1$, care verifică ecuaţia	**2p**
4.	Se notează cu x preţul înainte de ieftinire $\Rightarrow x-\frac{10}{100}\cdot x=90$	**3p**
	$x=100$	**2p**
5.	$d\parallel h\Rightarrow m_d=m_h=1$	**3p**
	$d: y-2=1\cdot(x-2)$, deci $d: y=x$	**2p**
6.	$\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}=\frac{25+36-49}{2\cdot5\cdot6}=$	**3p**
	$=\frac{1}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2)+A(6)=\begin{pmatrix}1&1&0\\2&1&1\\1&-1&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&1&0\\6&1&1\\1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&2&0\\8&2&2\\2&-2&2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2A(4)$	**2p**
b)	$\det(A(x))=\begin{vmatrix}1&1&0\\x&1&1\\1&-1&1\end{vmatrix}=3-x$	**3p**
	$3-x=0\Rightarrow x=3$	**2p**
c)	$\det(A(2))=1$	**2p**
	$(A(2))^{-1}=\begin{pmatrix}2&-1&1\\-1&1&-1\\-3&2&-1\end{pmatrix}$	**3p**
2.a)	$f(-1)=-1+1-m+m=0$	**2p**
	Rezultă $X+1$ divide polinomul f	**3p**
b)	$x_1+x_2+x_3=-1,\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=m$	**2p**
	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=1-2m$	**2p**
	$1-2m=11\Rightarrow m=-5$	**1p**

c)	$x_1=-1\Rightarrow \lvert x_2\rvert=\lvert x_3\rvert=1$ $x_1x_2x_3=-m$ $\lvert m\rvert=1\Rightarrow m=-1$ sau $m=1$; ambele valori verifică cerința	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=x'-(\ln x)'=$ $=1-\dfrac{1}{x}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**2p** **3p**
b)	$y-f(1)=f'(1)(x-1)$ $f(1)=1$, $f'(1)=0\Rightarrow$ ecuaţia tangentei este $y=1$	**2p** **3p**
c)	$f'(1)=0$, $f'(x)<0$, pentru $x\in(0,1)$ şi $f'(x)>0$, pentru $x\in(1,+\infty)$ $f(x)\geq f(1)\Rightarrow x\geq \ln x+1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**3p** **2p**
2.a)	$\displaystyle\int_2^3 \frac{f(x)}{x(x-1)}dx=\int_2^3 (x+1)dx=\left.\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\right\vert_2^3=$ $=\dfrac{15}{2}-4=\dfrac{7}{2}$	**3p** **2p**
b)	$f(x)=x^3-x\Rightarrow$ primitiva F a funcției f este $F(x)=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{1}{2}x^2+c$, unde $c\in\mathbb{R}$ $F(1)=-1\Rightarrow c=-\dfrac{3}{4}\Rightarrow F(x)=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{4}$	**3p** **2p**
c)	$\displaystyle\int_2^e \frac{f(x)\ln x}{x^2-1}dx=\int_2^e x\ln x\,dx=$ $\displaystyle=\left.\left(\frac{x^2}{2}\ln x\right)\right\vert_2^e-\frac{1}{2}\int_2^e x\,dx=\frac{e^2}{4}-2\ln 2+1$	**2p** **3p**