

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT

18 iulie 2013

Probă scrisă

Matematică

VARIANTA 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

I.TÉTEL

(30 pont)

1. Adottak az $(a_n)_{n \geq 1}$ valós számtani haladvány amelynek az állandó különbsége r és a $(b_n)_{n \geq 1}$ valós mértani haladvány amelynek az állandó hányadosa q . Tudjuk, hogy $a_1 > 0$, $r > 0$, $a_1 = b_1$ és $a_2 = b_2$.
- 5p a) Igazolják, hogy a $(b_n)_{n \geq 1}$ mértani haladvány állandó hányadosa szigorúan nagyobb mint 1.
- 5p b) Igazolják, hogy $b_k > a_k$ bármely $k \geq 3$ természetes szám esetén.
2. Legyen $D \in (BC)$ az ABC háromszög A -ból húzott szögfelezőjének talppontja.
- 5p a) Ha $AB = AC = 3$ és $m(\sphericalangle BAC) = 120^\circ$, számítsák ki AD -t.
- 5p b) Ha $AB + CD = AC + BD$, igazolják, hogy ABC egyenlőszárú háromszög.
3. Minden nullától különböző n természetes szám esetén adott a következő függvény
- $$f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = \frac{e^x}{1+x^n}.$$
- 5p a) Számítsák ki $\int_0^1 (1+x)f_1(x) dx$.
- 5p b) Igazolják, hogy $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x) dx = e - 1$.

II.TÉTEL

(30 pont)

A következő szövegrész a 3 órás IX-dik osztályos matematika tanterv része.

Competențe specifice	Conținuturi
<p>1. Recunoașterea funcției de gradul I descrisă în moduri diferite</p> <p>2. Utilizarea unor metode algebrice sau grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații</p> <p>3. Descrierea unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații</p> <p>4. Exprimarea legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică</p> <p>5. Interpretarea graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției</p> <p>6. Rezolvarea cu ajutorul funcțiilor a unei situații-problemă și interpretarea rezultatului</p>	<p>Funcția de gradul I</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$ • Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției • Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($\geq, <, >$) $a, b \in \mathbb{R}$ studiate pe \mathbb{R} • Poziția relativă a două drepte; sisteme de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale

(Programa școlară de matematică, OMECI nr. 5099/09.09.2009)

Dolgozzanak ki három itemet: egy kiegészítő itemet, egy többszörös választású itemet (egy helyes válasszal) és egy feladatmegoldó itemet, a fenti szövegrészben található három specifikus kompetencia értékelésére.

Az itemek kidolgozásában figyelembe kell venni a következő szempontokat:

- minden egyes itemtípus formáját a választott specifikus kompetencia/kompetenciák

értékelésében

- a várt választ (javítókulcsot) minden egyes kidolgozott item esetén
- a szakirányú információ tudományos tartalmát.

III. TÉTEL

(30 pont)

A nevelési célok rendszere: osztályozás, nevelési eszmény, nevelési célok, operacionalizált célok, a műveletesítés eljárásai.

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT

18 iulie 2013

Probă scrisă

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

VARIANTA 3

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a) $a_1 + r = a_2 = b_2 = b_1 q = a_1 q$ $a_1(q-1) = r \Rightarrow q-1 = \frac{r}{a_1} > 0 \Rightarrow q > 1$	3p 2p
	b) Pentru $n \geq 2$, $b_{n+1} - a_{n+1} = b_1 q^n - a_1 - nr = a_1 q^n - a_1 - n a_1 (q-1) = a_1 (q^n - 1 - n(q-1))$ $q^n = (1+q-1)^n = 1 + C_n^1 (q-1) + C_n^2 (q-1)^2 + \dots + C_n^n (q-1)^n > 1 + C_n^1 (q-1) = 1 + n(q-1)$ $b_{n+1} - a_{n+1} > 0$, deci $b_k > a_k$ pentru orice număr natural $k \geq 3$	2p 2p 1p
	2. a) ΔABC este isoscel, deci $AD \perp BC$ ΔABD este dreptunghic în D și $m(\sphericalangle B) = 30^\circ \Rightarrow AD = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2}$	2p 3p
	b) Fie $c = AB$, $b = AC$, $\alpha = DC$ și $\beta = BD$; din teorema bisectoarei $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{c}{b} \Rightarrow b\beta = c\alpha$ Cum $c + \alpha = b + \beta$, rezultă că perechile c și α , respectiv b și β sunt soluții ale aceleiași ecuații de gradul al doilea Dacă $c = \beta$, atunci $b = \alpha$, deci $BC = AB + AC$, fals Rezultă $c = b$, deci triunghiul ABC este isoscel	1p 2p 1p 1p
3.	a) $\int_0^1 (1+x) f_1(x) dx = \int_0^1 (1+x) \frac{e^x}{1+x} dx = \int_0^1 e^x dx =$ $= e^x \Big _0^1 = e - 1$	2p 3p
	b) Avem $\left \int_0^1 f_n(x) dx - (e-1) \right = \left \int_0^1 f_n(x) dx - \int_0^1 e^x dx \right = \left \int_0^1 \left(\frac{e^x}{1+x^n} - e^x \right) dx \right = \left \int_0^1 \left(\frac{-x^n e^x}{1+x^n} \right) dx \right \leq$ $\leq \int_0^1 \left \frac{-x^n e^x}{1+x^n} \right dx = \int_0^1 \frac{x^n e^x}{1+x^n} dx \leq e \int_0^1 x^n dx = e \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big _0^1 = \frac{e}{n+1} \rightarrow 0$, deci $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x) dx = e - 1$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- câte 3 puncte pentru corectitudinea formatului fiecărui item elaborat în vederea evaluării competenței/competențelor specifice alese (3p×3itemi)	9p
- câte 3 puncte pentru corectitudinea modului de elaborare a răspunsului așteptat (a baremului de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaborați (3p×3itemi)	9p
- câte 4 puncte pentru corectitudinea științifică a informației de specialitate din fiecare item elaborat (4p×3itemi)	12p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|---|--------------------------------------|
| - conceptul de finalități ale educației | 5 puncte (răspuns parțial 3p) |
| - clasificare | 5 puncte (răspuns parțial 3p) |
| - ideal | 5 puncte (răspuns parțial 3p) |
| - scop | 5 puncte (răspuns parțial 3p) |
| - obiective | 5 puncte (răspuns parțial 3p) |
| - proceduri de operaționalizare | 5 puncte (răspuns parțial 3p) |