Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că numărul $a=3(3-2i)+2(5+3i)$ este real.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-1$. Calculaţi $f(1)+f(2)+...+f(10)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(2x)=\log_2(1+x)$.

5p **4.** După o scumpire cu 10% preţul unui produs este 2200 de lei. Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.

5p **5.** Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=\vec{i}+4\vec{j}$ şi $\vec{v}=2\vec{i}+(a+1)\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Determinaţi $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, ştiind că $\frac{3\sin x+\cos x}{\sin x}=4$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(a,b)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ a & a^2 & 1\\ b & b^2 & 1\end{vmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.

5p **a)** Arătaţi că $D(2,3)=2$.

5p **b)** Verificaţi dacă $D(a,b)=(a-1)(b-1)(b-a)$, pentru orice numere reale a şi b.

5p **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P_n\left(n,n^2\right)$, unde n este un număr natural nenul. Determinaţi numărul natural n, $n\geq 3$, pentru care aria triunghiului $P_1P_2P_n$ este egală cu 1.

2. Se consideră x_1,x_2,x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f=X^3-4X^2+3X-m$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=4$, arătaţi că $f(4)=8$.

5p **b)** Determinaţi numărul real m pentru care rădăcinile polinomului f verifică relaţia $x_1+x_2=x_3$.

5p **c)** Dacă $x_1^3+x_2^3+x_3^3=7(x_1+x_2+x_3)$, arătaţi că f se divide cu $X-3$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\cos x+\frac{x^2}{2}$.

5p **a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=0$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstraţi că $f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1 x^n e^x dx$.

5p **a)** Calculaţi I_1.

5p **b)** Arătaţi că $I_{n+1}+(n+1)I_n=e$, pentru orice număr natural nenul n.

5p **c)** Arătaţi că $1\leq(n+1)I_n\leq e$, pentru orice număr natural nenul n.

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$3(3-2i)=9-6i$	**2p**
	$2(5+3i)=10+6i$	**2p**
	$a=19\in\mathbb{R}$	**1p**
2.	$f(1)+f(2)+...+f(10)=4\cdot(1+2+...+10)-10=$	**3p**
	$=210$	**2p**
3.	$2x=1+x$	**3p**
	Rezultă $x=1$, care verifică ecuaţia	**2p**
4.	Se notează cu x preţul iniţial $x+10\%\cdot x=2200$	**2p**
	Preţul înainte de scumpire este 2000 de lei	**3p**
5.	$\frac{2}{1}=\frac{a+1}{4}$	**3p**
	$a=7$	**2p**
6.	$3\sin x+\cos x=4\sin x\Rightarrow\sin x=\cos x$	**3p**
	$x=\frac{\pi}{4}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$D(2,3)=\begin{vmatrix}1&1&1\\2&4&1\\3&9&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=2$	**3p**
b)	$D(a,b)=\begin{vmatrix}0&0&1\\a-1&a^2-1&1\\b-1&b^2-1&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=(a-1)(b-1)\begin{vmatrix}1&a+1\\1&b+1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=(a-1)(b-1)(b-a)$, pentru orice numere reale a şi b	**1p**
c)	$\mathcal{A}_{\Delta P_1P_2P_n}=\frac{1}{2}\cdot\lvert\Delta\rvert$, unde $\Delta=\begin{vmatrix}1&1&1\\2&2^2&1\\n&n^2&1\end{vmatrix}=(n-1)(n-2)$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta P_1P_2P_n}=1\Leftrightarrow(n-1)(n-2)=2\Leftrightarrow n=3$	**3p**
2.a)	$f=X^3-4X^2+3X-4$	**2p**
	$f(4)=4^3-4\cdot4^2+3\cdot4-4=8$	**3p**
b)	$x_1+x_2+x_3=4$	**1p**
	$x_1+x_2=x_3\Rightarrow x_3=2$	**2p**
	$f(2)=0\Leftrightarrow m=-2$	**2p**

c)	$x_1^3+x_2^3+x_3^3=3m+28$ $x_1^3+x_2^3+x_3^3=7(x_1+x_2+x_3)\Rightarrow m=0$ Dacă $m=0$, atunci $f(3)=0$, deci f se divide cu $X-3$	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(\cos x+\dfrac{x^2}{2}\right)'=(\cos x)'+\left(\dfrac{x^2}{2}\right)'=$ $=-\sin x+2\cdot\dfrac{x}{2}=x-\sin x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
b)	$y-f(0)=f'(0)(x-0)$ $f(0)=1$, $f'(0)=0$ Ecuaţia tangentei este $y=1$	**2p** **2p** **1p**
c)	$f''(x)=-\cos x+1\geq 0$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\Rightarrow f'$ este crescătoare pe $\mathbb{R}$ $f'(x)\leq 0$, pentru $x\in(-\infty,0]$ şi $f'(x)\geq 0$, pentru $x\in[0,+\infty)$ $f(x)\geq f(0)\Rightarrow f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**2p** **2p** **1p**
2.a)	$I_1=\int_0^1 xe^x dx=xe^x\Big\|_0^1-\int_0^1 e^x dx=$ $=e-e^x\Big\|_0^1=1$	**3p** **2p**
b)	$I_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}e^x dx=x^{n+1}e^x\Big\|_0^1-(n+1)\int_0^1 x^n e^x dx=$ $=e-(n+1)I_n\Rightarrow I_{n+1}+(n+1)I_n=e$	**3p** **2p**
c)	Pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$ şi $x\in[0,1]$, avem $1\leq e^x\leq e$ şi $x^n\geq 0\Rightarrow x^n\leq x^n e^x\leq x^n e$ $\int_0^1 x^n dx\leq\int_0^1 x^n e^x dx\leq e\int_0^1 x^n dx\Rightarrow 1\leq(n+1)I_n\leq e$	**2p** **3p**