TEST MATEMATICĂ NR.16 (ZECE PROBLEME POSIBILE!) – BACALAUREAT 2013

PROBLEMA NR.1

Se consideră funcția : $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

5p **a)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty} f\left(e^{x+1}\right)$.

5p **b)** Studiați monotonia funcției *f*.

5p **c)** Arătați că $n^{n+1}>(n+1)^n$, pentru orice număr natural $n\ge 3$.

PROBLEMA NR.2

Pentru n natural nenul se definește $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\int_0^x t^n\sqrt{1+t^2}\,dt$.

5p **a)** Să se calculeze $f_1(1)$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(1)$.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\int_0^x t^n\sqrt{1+t^2}\,dt}{x^{n+2}}$.

PROBLEMA NR.3(SET COMPLET SUBIECTUL I –PROFIL MATE INFO)

5p **1.** Calculați $\log_3\left(3-\sqrt{6}\right)+\log_3\left(3+\sqrt{6}\right)$.

5p **2.** Calculați distanța dintre punctele de intersecție ale reprezentării grafice a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x-10$ cu axa Ox.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+2}=3$.

5p **4.** Determinați termenul care nu-l conține pe x în dezvoltarea $\left(x+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^{30}$, $x>0$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $O(0,0)$ și este perpendiculară pe dreapta de ecuație $3x-y-1=0$.

5p **6.** Să se determine raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $AB=5$, măsura unghiului BAC este 65° și măsura unghiului ABC este 70°.

PROBLEMA NR.4(SET COMPLET SUBIECTUL I –PROFIL MATE INFO)

5p **1.** Să se calculeze modulul numărului complex $z=(1+i)\cdot(1-2\cdot i)+2\cdot(1+i)$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^3+8=0$.

5p **3.** Să se calculeze $\cos\dfrac{\pi}{3}+\cos\dfrac{4\cdot\pi}{3}+\cos\dfrac{7\cdot\pi}{3}$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr de trei cifre, prima sa cifră să fie număr prim.

5p **5.** Să se calculeze distanța de la punctul $A(-1,-3)$ la dreapta de ecuație $d:3\cdot x-4\cdot y-4=0$.

5p **6.** Să se determine lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AB=2, AC=4, m(\measuredangle A)=120^\circ$.

PROBLEMA NR.5

Pentru fiecare n număr natural nenul, se consideră funcţia $f_n : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}_+^*$, $f_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+5n}}$.

5p **a)** Calculaţi $\int 2x \cdot f_n^2(x)dx$, $x > 0$.

5p **b)** Calculaţi aria mulţimii mărginite de graficul funcţiei f_1, axele de coordonate şi dreapta $x = 1$.

5p **c)** Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}\left(f_n(1) + f_n(2) + \ldots + f_n(n)\right)$.

PROBLEMA NR.6

Fie functia f: $[1, e] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{\ln x}$.

a) Sa se calculeze $\int_0^1 f(e^x)dx$.

b) Sa se calculeze volumul corpului obtinut prin rotirea graficului functiei f in jurul axei Ox.

c) Sa se arate ca $\int_0^1 e^{x^2}dx + \int_1^e f(x)dx = e$.

PROBLEMA NR.7(SET COMPLET SUBIECTUL I –PROFIL MATE INFO)

5p	**1.** Să se rezolve, în mulţimea numerelor complexe, ecuaţia: $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$
5p	**2.** Determinaţi $[\sqrt{n^2+n}], n \geq 1$, natural.
5p	**3.** Demonstraţi că numărul $\sqrt{1+3+5+\ldots+(2n-1)}$ este natural
5p	**4.** Să se demonstreze că pentru orice punct din planul paralelogramului $ABCD$ are loc egalitatea $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$
5p	**5.** Se consideră funcţia $f : A \to B, f(x) = x^2 + x + 1$. Alegeţi câte o mulţime A, B, intervale marginite de numere reale, asfel încât funcţia f să fie bijectivă.
5p	**6.** Determinaţi $n \in N, n \geq 2$, astfel încât . $C_n^2 + A_n^2 = 30$

PROBLEMA NR.8

Se consideră funcţia $f : R \to R, f(x) = e^{nx} + x^3 - x^2 + x, n \in N^*$, fixat.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-1}{x}$

5p **b)** Demonstraţi că f este functie bijectivă.

5p **c)** Determinaţi un interval de numere reale pe care funcţia dată este convexă.

PROBLEMA NR.9

Fie şirul $(I_n)_{n\in N^*}$ dat de $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+3x+2}dx$

5p **a)** Să se calculeze I_1.

5p b) Să se demonstreze că: $I_{n+2} + 3I_{n+1} + 2I_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in N^*$

5p c) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} nI_n$

PROBLEMA NR.10

Pe multimea $M = [0, \infty)$ se considera operatia $x \circ y = \lg(10^x + 10^y - 1)$, $\forall x, y \in M$.

a) Demonstrati ca „ ∘ ” este o lege de compozitie pe M.

b) Aratati ca legea „ ∘ ” este asociativa.

c) Rezolvati in M ecuatia $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{n \text{ ori } x} = 2x$, $n \in N$, $n \geq 2$.

REZOLVARE PROBLEMA NR.1

1.a)	$f\left(e^{x+1}\right)=\frac{x+1}{e^{x+1}}$. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+1}{e^{x+1}}=0$.	**2p** **3p**
1.b)	$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$ $f'(x)>0$ pe $(0,e)$, $f'(x)<0$ pe (e,∞) . f este crescătoare pe $(0,e)$ şi descrescatoare pe (e,∞) .	**2p** **1p** **2p**
1.c)	Din b) $f(n+1)<f(n)$, oricare $n\geq 3$. $n^{n+1}>(n+1)^n$, oricare $n\geq 3$.	**2p** **3p**

REZOLVARE PROBLEMA NR.2

2.a)	$\int_0^1 t\sqrt{1+t^2}\,dt \overset{1+t^2=y}{\underset{2tdt=dy}{=}} \frac{1}{2}\int_1^2\sqrt{y}\,dy$ $=\frac{1}{2}\frac{2}{3}\sqrt{y^3}\,\Big\vert_1^2=\frac{1}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)$.	**3p** **2p**

2.b)	$t^n\sqrt{1+t^2}<\sqrt{2}t^n$, oricare $t\in[0,1]$ $0<\int_0^1 t^n\sqrt{1+t^2}\,dt<\sqrt{2}\int_0^1 t^n dt=\sqrt{2}\frac{1}{n+1}$ Obţinerea limitei 0.	**2p** **2p** **1p**
2.c)	Aplicarea regulii lui l'Hospital $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\int_0^x t^n\sqrt{1+t^2}\,dt}{x^{n+2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^n\sqrt{1+x^2}}{(n+2)x^{n+1}}$ Finalizare $\frac{1}{n+2}$.	**1p** **2p** **2p**

REZOLVARE PROBLEMA NR.3

1.	$\log_3(3-\sqrt{6})+\log_3(3+\sqrt{6})=\log_3(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})$ $(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})=3^2-\left(\sqrt{6}\right)^2=9-6=3$ $\log_3 3=1$	**2p** **2p** **1p**
2.	Distanța este $\lvert x_2-x_1\rvert$, unde $x_{1,2}$ sunt rădăcinile reale ale ecuației $f(x)=0$. $\Delta=49, x_1=5, x_2=-2$ Distanța este 7	**1p** **3p** **1p**
3.	Sistemul de condiții: $x-1\geq 0, x+2\geq 0$ Ambii membri ai egalității sunt pozitivi, putem ridica la pătrat membru cu membru și obținem $2x+1+2\sqrt{(x-1)(x+2)}=9$ Rezultă $\sqrt{x^2+x-2}=4-x$, condiție suplimentară $4-x\geq 0$ Obținem $x^2+x-2=16-8x+x^2$, de unde $x=2$ valoare ce satisface toate condițiile impuse Sau Observăm $x=2$ soluție și membrul stâng este reprezentat de o sumă de funcții strict crescătoare pe domeniile corespunzătoare, deci soluția este unică.	**1p** **1p** **1p** **1p** **1p**
4.	$T_{k+1}=C_n^k a^{n-k} b^k$; $n=30, a=x, b=x^{-\frac{1}{2}}$ $T_{k+1}=C_{30}^k x^{30-k} x^{-\frac{k}{2}}=C_{30}^k x^{\frac{60-3k}{2}}$ Impunem $\frac{60-3k}{2}=0$, deci $k=20$, în concluzie T_{21}	**2p** **1p** **2p**
5.	Panta dreptei date este $m=3$. Panta dreptei perpendiculare pe dreapta dată este : $m'=-\frac{1}{3}$. Ecuația dreptei ce trece printr-un punct și de pantă dată: $y-y_0=m(x-x_0)$, deci $y=-\frac{1}{3}x$.	**2p** **1p** **2p**
6.	$m(\sphericalangle A)+m(\sphericalangle B)+m(\sphericalangle C)=180°$, deci $m(\sphericalangle C)=45°$ Din teorema sinusurilor: $\frac{AB}{\sin C}=2R$, rezultă $R=\frac{AB}{2\sin C}$ $\sin C=\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $R=\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$	**2p** **1p** **1p** **1p**

REZOLVARE PROBLEMA NR.4

1.	$z=5+i$; $\|z\|=\sqrt{26}$	**3p** **2p**
2.	$x^3+8=0 \Leftrightarrow (x+2)\cdot(x^2-2x+4)=0 \Rightarrow$ $x_1=-2$; $x^2-2x+4=0 \Rightarrow x_{2,3}=1\pm i\sqrt{3}$.	 **3p** **2p**
3.	$\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2};\cos\frac{4\pi}{3}=-\frac{1}{2};\cos\frac{7\pi}{3}=\cos\left(2\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$; $\cos\frac{\pi}{3}+\cos\frac{4\pi}{3}+\cos\frac{7\pi}{3}=\frac{1}{2}$.	**3p** **2p**
4.	Numerele prime formate dintr-o singură cifră sunt: $2,3,5,7$; Numărul numerelor de trei cifre este 900; Fie numărul $\overline{abc}, a\in\{2,3,5,7\}$; 1. $a=2 \Rightarrow \overline{2bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere; 2. a=3 $\Rightarrow \overline{3bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere 3. a=5 $\Rightarrow \overline{5bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere; 4. a=7 $\Rightarrow \overline{7bc}, b,c\in\{0,1,2,...,9\} \Rightarrow 100$ numere; Total=400 numere de trei cifre, cu prima cifră număr prim. $P=\frac{400}{900}=\frac{4}{9}$.	 **1p** **1p** **1p** **2p**
5.	$d(A,d)=\frac{\|3\cdot x_A-4\cdot y_A-4\|}{\sqrt{3^2+4^2}}$; $d(A(-1,-3),d)=\frac{\|-3+12-4\|}{5}=1$.	**3p** **2p**
6.	$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2\cdot b\cdot c}$; $\cos 120^\circ=\cos(180^\circ-60^\circ)=-\cos 60^\circ=-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}=\frac{4+16-a^2}{16} \Leftrightarrow a^2=28 \Rightarrow$ $a=2\cdot\sqrt{7}$	**1p** **1p** **2p** **1p**

REZOLVARE PROBLEMA NR.5

a.	$\int 2x \cdot f_n^2(x)dx = \int \frac{2x}{2x+5n}dx = \int 1 - \frac{5n}{2x+5n}dx =$ $= x - \frac{5n}{2}\ln(2x+5n) + \mathbb{C}$	**2p** **3p**
b.	$\int \frac{1}{\sqrt{2x+5}}dx = \int \left(\sqrt{2x+5}\right)' dx =$ $= \sqrt{2x+5}\Big\vert_0^1 = \sqrt{7} - \sqrt{5}$	**3p** **2p**
c.	$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}\left(f_n(1) + f_n(2) + \ldots + f_n(n)\right) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\frac{k}{n}+5}} =$ $= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x+5}}dx = \sqrt{7} - \sqrt{5}$	**3p** **2p**

REZOLVARE PROBLEMA NR.6

$$\text{a) } f(e^x) = \sqrt{\ln e^x} = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$\int_0^1 f(e^x)dx = \int_0^1 x^{\frac{1}{2}}dx = \left.\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right|_0^1 = \frac{2}{3}$$

$$\text{b) } V = \pi\int_1^e f^2(x)dx = \pi\int_1^e \ln x dx = \pi\int_1^e x' \cdot \ln x dx = \pi\left[x \cdot \ln x\Big|_1^e - \int_1^e x \cdot \frac{1}{x}dx\right] = \pi\left[e - \int_1^e dx\right] =$$

$$= \pi\left[e - x\Big|_1^e\right] = \pi[e - e + 1] = \pi.$$

$$\text{c) } \int_1^e f(x)dx = \int_1^e \sqrt{\ln x}dx$$

Facem schimbarea de variabila: $\sqrt{\ln x} = t \Leftrightarrow \ln x = t^2 \Leftrightarrow x = e^{t^2} \Rightarrow dx = 2t\,e^{t^2}dt$

$x = 1 \Rightarrow t = 0;$

$x = e \Rightarrow t = 1.$

$$\int_1^e \sqrt{\ln x}dx = \int_0^1 t \cdot 2te^{t^2}dt = \int_0^1 t \cdot (e^{t^2})'dt = te^{t^2}\Big|_0^1 - \int_0^1 e^{t^2}dt = e - \int_0^1 e^{t^2}dt \Rightarrow \int_1^e f(x)dx = e - \int_0^1 e^{x^2}dx$$

$$\text{Deci } \int_0^1 e^{x^2}dx + \int_1^e f(x)dx = \int_0^1 e^{x^2}dx + e - \int_0^1 e^{t^2}dt = e$$

REZOLVARE PROBLEMA NR.7

1. $x^3 = y, y^2 + 7y - 8 = 0, y_1 = -8, y_2 = 1$ **(1pct)**; $x^3 = -8 \ldots x \in \{-2, 1 \pm i\sqrt{3}\}$ **(2pct)**;

   $x^3 = 1 \ldots x \in \{1, -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}\}$ **(2pct)**

2. $n^2 < n^2 + n < n^2 + 2n + 1$ **(2pct)**; $n < \sqrt{n^2+n} < n+1$ **(2pct)**; $\left[\sqrt{n^2+n}\right] = n$ **(1pct)**

3. $1+3+5+\ldots+(2n-1) = n^2$ **;inducție: verificare (1pct); demonstrație (2pct);**

$\sqrt{1+3+5+\ldots+(2n-1)} = n \in N$ **(2pct).**

4. **O, centrul paralelogramului** $\Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MO}$ **(2pct);** $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MO}$ **(2pct);**

   finalizare (1pct).

5. **Tabel de variație(1pct); scriere A (2pct); scriere B (2pct)**

6. **Condiție** $n \geq 2$ **(0,5pct);** $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$ **(1pct);** $A_n^2 = n(n-1)$ **(1pct);** $n^2 - n - 20 = 0$ **şi**

   rezolvarea ecuaţiei (2pct); soluție n=5 (0,5pct).

REZOLVARE PROBLEMA NR.8

a) $f'(x) = ne^{nx} + 3x^2 - 2x + 1$ **(2pct);** $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-1}{x} = f'(0) = n+1$ **(3pct)**

b) $f'(x) = ne^{nx} + 3(x - \frac{1}{3})^2 + \frac{2}{3} > 0, \forall x \in R$ **, f strict crescătoare deci injectivă (2pct);**

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ **(1pct);** $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ **(1pct) , f continuă (are proprietatea lui Darboux), deci** $f(R) = R$ **deci este surjectivă (1pct).**

c) Derivata a doua este $f''(x) = n^2e^{nx} + 6x - 2$ **(2pct); de exemplu, pt.** $6x - 2 > 0 \Rightarrow (\frac{1}{3}, +\infty)$ **este un interval pe care funcţia este convexă (3pct).**

REZOLVARE PROBLEMA NR.9

a) $I_1 = \int_0^1 \frac{x}{x^2+3x+2}dx = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{2x+3-3}{x^2+3x+2}dx = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{2x+3}{x^2+3x+2}dx - \frac{3}{2}\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+2)}dx =$ **(2pct)**

$=\frac{1}{2}\ln(x^2+3x+2)\Big|_0^1-\frac{3}{2}\int_0^1\frac{1}{1+x}dx+\frac{3}{2}\int_0^1\frac{1}{2+x}dx$ **(2pct)**$=\ln\frac{9}{8}$ **(1pct).**

b) $I_{n+2}+3I_{n+1}+2I_n=\int_0^1\frac{x^{n+2}}{x^2+3x+2}dx+\int_0^1\frac{3x^{n+1}}{x^2+3x+2}dx+\int_0^1\frac{2x^n}{x^2+3x+2}dx$ **(1pct)**

$=\int_0^1\frac{x^{n+2}+3x^{n+1}+2x^n}{x^2+3x+2}dx$ **(2pct)** $=\int_0^1\frac{x^n(x^2+3x+2)}{x^2+3x+2}dx$ **(1pct)** $=\int_0^1 x^n dx=\frac{1}{n+1}$ **(1pct)**

c) $nI_n=\int_0^1\frac{nx^n}{x^2+3x+2}dx=\int_0^1 nx^n(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2})dx=\int_0^1(x^n)'\,x(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2})dx$ **(1pct)**

$=x^{n+1}(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2})\Big|_0^1-\int_0^1 x^n[\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x+2)^2}]dx$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\int_0^1[\frac{x^n}{(x+1)^2}-\frac{x^n}{(x+2)^2}]dx$ **(1,5pct)**

$0\le x^n\le 1\Rightarrow 0\le\frac{x^n}{(x+1)^2}\le x^n\Rightarrow 0\le\int_0^1\frac{x^n}{(x+1)^2}dx\le\frac{1}{n+1}$ **cu teorema “cleşte”**

$\lim_{n\to\infty}\int_0^1\frac{x^n}{(x+1)^2}dx=0$ **(2pct) Analog** $\lim_{n\to\infty}\int_0^1\frac{x^n}{(x+2)^2}dx=0$ **deci** $\lim_{n\to\infty}nI_n=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ **(0,5pct)**

ALTFEL

$x\in[0,1]\Rightarrow x^{n+1}\le x^n\Rightarrow I_{n+1}\le I_n$ **(1pct)**

$\frac{1}{n+1}=I_{n+2}+3I_{n+1}+2I_n\le I_n+3I_n+2I_n=6I_n$ **deci** $\Rightarrow I_n\ge\frac{1}{6(n+1)}$ **(2pct)**

$\frac{1}{n-1}=I_n+3I_{n-1}+2I_{n-2}>I_n+3I_n+2I_n=6I_n$ **deci** $\Rightarrow I_n\le\frac{1}{6(n-1)}$ **(1pct)**

Cu teorema “cleste” rezulta cerinta (1pct).

<u>REZOLVARE PROBLEMA NR.10</u>

a) Fie $x, y \in M$ oarecare $\Rightarrow x \geq 0$ si $y \geq 0 \Rightarrow 10^x \geq 1$ si $10^y \geq 1 \Rightarrow 10^x + 10^y - 1 \geq 1 + 1 - 1$
$\Rightarrow 10^x + 10^y - 1 \geq 1 \Rightarrow \lg(10^x + 10^y - 1) \geq \lg 1 \Rightarrow \lg(10^x + 10^y - 1) \geq 0 \Rightarrow \lg(10^x + 10^y - 1) \in M$.
Deci $\forall x, y \in M$ avem $x \circ y \in M$.
Deci „ $\circ$ ” este o lege de compozitie pe M.

b) Fie $x, y, z \in M$ oarecare. $x \circ (y \circ z) = x \circ [\lg(10^y + 10^z - 1)] = \lg(10^x + 10^{\lg(10^y + 10^z - 1)} - 1) =$
$= \lg(10^x + 10^y + 10^z - 1 - 1) = \lg(10^x + 10^y + 10^z - 2)$ (1)

$(x \circ y) \circ z = [\lg(10^x + 10^y - 1)] \circ z = \lg(10^{\lg(10^x + 10^y - 1)} - 10^z + 1) = \lg(10^x + 10^y - 1 + 10^z - 1) =$
$= \lg(10^x + 10^y + 10^z - 2)$ (2)

Din (1) si (2) $\Rightarrow x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z \ \forall \ x, y, z \in M$.
Deci legea „ $\circ$ ” este asociativa.

c) $x \circ x = \lg(10^x + 10^x - 1) = \lg(2 \cdot 10^x - 1)$
$x \circ x \circ x = x \circ (x \circ x) = x \circ [\lg(2 \cdot 10^x - 1)] = \lg(10^x + 10^{\lg(2 \cdot 10^x - 1)} - 1) = \lg(10^x + 2 \cdot 10^x - 1 - 1) =$
$= \lg(3 \cdot 10^x - 2)$.
Demonstram prin inductie ca $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{\text{n ori x}} = \lg[n \cdot 10^x - (n-1)]$ pentru orice $n \in N$, $n \geq 2$.

Presupunem ca $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{\text{n - 1 ori x}} = \lg[(n-1) \cdot 10^x - (n-2)]$, $n \in N$, $n > 3$.

$\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{\text{n ori x}} = x \circ (x \circ \ldots \circ x) = x \circ \lg[(n-1) \cdot 10^x - (n-2)] = \lg(10^x + 10^{\lg[(n-1) \cdot 10^x - (n-2)]} - 1) =$
$= \lg[10^x + (n-1) \cdot 10^x - (n-2) - 1] = \lg[n \cdot 10^x - (n-1)]$ pentru orice $n \in N$, $n > 3$.

Deci $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{\text{n ori x}} = 2x \Leftrightarrow \lg[n \cdot 10^x - (n-1)] = 2x \Leftrightarrow n \cdot 10^x - (n-1) = 10^{2x} \Leftrightarrow 10^{2x} - n \cdot 10^x + (n-1) = 0$
Notam $10^x = y \Rightarrow y > 0 \Rightarrow$

$y^2 - ny + n - 1 = 0$, $\Delta = n^2 - 4n + 4 = (n-2)^2 \Rightarrow y_{1,2} = \dfrac{n \pm (n-2)}{2} \Rightarrow y_1 = \dfrac{2n-2}{2} = n - 1 > 0$,

$y_2 = 1 > 0$
$10^x = n - 1 \Leftrightarrow x = \lg(n-1) \in M$ pentru $n \geq 2$
$10^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \in M$.

Deci $S = \{0, \lg(n-1)\}$, $n \geq 2$.

Mult spor!