CONCURSUL INTERNAȚIONAL DE MATEMATICĂ "SEVER AUREL GROZE"

Ediţia I, BECLEAN 24-26 mai 2013

SUBIECTE CLASA a VII-a

1) Să se determine numerele întregi x şi y pentru care $2x + 3y + 4xy = 5$.

2) Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $a + b + c = s$. Să se arate că cel puţin unul dintre numerele

$$as + bc, \quad bs + ca, \quad cs + ab$$

este nenegativ.

3) Se consideră trapezul ABCD cu AB||CD, E şi F mijloacele lui [AB], respectiv [CD], iar M un punct pe dreapta BD astfel încât $B \in (MD)$. Dacă $\{P\} = ME \cap AD$ şi $\{N\} = MF \cap BC$, arătaţi că PN||AB.

G.M./2012.

Notă:

Pentru fiecare problemă se acordă 7 puncte.

Timp de lucru: 2 ore

Succes !

CONCURSUL INTERNAȚIONAL DE MATEMATICĂ "SEVER AUREL GROZE"

Ediţia I, BECLEAN 24-26 mai 2013

Barem de evaluare și notare clasa a VII-a

Subiectul 1.

2x+3y+4xy=5 $\Rightarrow$ (4x+3)(2y+1)=13 3p

x,y$\in$**Z** , $\Rightarrow$ $13 = 1 \cdot 13 = 13 \cdot 1 = (-1)\cdot(-13) = (-13)\cdot(-1)$

I. $\begin{cases} 4x+3=1 \\ 2y+1=13 \Rightarrow x=-\dfrac{1}{2} \notin Z, y=6 \end{cases}$ 1p

II. $\begin{cases} 4x+3=13 \\ 2y+1=1 \Rightarrow x=\dfrac{5}{2} \notin Z, y=0 \end{cases}$ 1p

III. $\begin{cases} 4x+3=-1 \\ 2y+1=-13 \Rightarrow x=-1, y=-7 \end{cases}$ 1p

IV. $\begin{cases} 4x+3=-13 \\ 2y+1=-1 \Rightarrow x=-4, y=-1 \end{cases}$ 1p

Subiectul 2.

as+bc = (s-b-c)s+bc = s^2-bs-cs+bc=(s-b)(s-c) 1p

bs+ca = (s-c)(s-a) 1p

cs+ab = (s-a)(s-b) 1p

(as+bc)(bs+ca)(cs+ab) = $(s-a)^2(s-b)^2(s-c)^2$ 2p

$(s-a)^2(s-b)^2(s-c)^2 \geq 0$ atunci as+bc$\geq$0 sau bs+ca$\geq$0 sau cs+ab$\geq$0 2p

Subiectul 3.

Se aplică teorema lui Menelaus în ΔABD cu transversala M-E-P

$\Rightarrow$ $\dfrac{BM}{MD}\cdot\dfrac{DP}{PA}\cdot\dfrac{AE}{EB}=1$ 2p

şi în ΔBCD cu transversala M-N-F

$\Rightarrow \dfrac{BM}{MD}\cdot\dfrac{DF}{FC}\cdot\dfrac{CN}{NB}=1$ $\Rightarrow$ 2p

$\dfrac{DP}{PA} = \dfrac{CN}{NB}$ $\Rightarrow$ (din reciproca paralelelor neechidistante) că PN || AB. 3p