

TEST MATEMATICĂ NR.10 – BACALAUREAT + ADMITERE UPB

PROBLEMA NR.1

Fie  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x - \ln(x + 1)$ . Să se calculeze aria mulțimii mărginite de graficul lui  $f$ , axele de coordonate și dreapta  $x = 1$ .

- a)  $\frac{3}{2} - 2 \ln 2$     b)  $\frac{1}{2} - \ln 2$     c)  $\frac{5}{2} - 2 \ln 2$     d)  $\frac{3}{2} - \ln 2$     e)  $3 - \ln 4$

PROBLEMA NR.2

Să se calculeze:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 + x^2 \cos x}$ .

- a) limita nu există    b) 0    c) 2    d) 1    e) 1/2

PROBLEMA NR.3

Să se calculeze:  $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos x dx$ .

- a) 1    b) 1/2    c) 3    d) -1    e) 2

PROBLEMA NR.4

Fie  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + xe^{nx}}{1 + e^{nx}}$ , unde  $a \in \mathbf{R}$ ; să se determine valorile lui  $a$  astfel încât funcția  $f$  să fie continuă pe  $\mathbf{R}$ .

- a) 2    b) -1    c) nu există    d) 1    e) 0

PROBLEMA NR.5

Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotirea în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $f(x) = e^{x/2}$ ,  $x \in [0, 1]$ .

- a)  $\pi(e - 1)$ ;    b)  $\pi(e + 1)$ ;    c)  $\frac{\pi}{3}$     d)  $\pi(e^2 - 1)$ ;    e)  $\frac{\pi(e - 1)}{2}$ .

PROBLEMA NR.6

Să se calculeze:  $\int_0^1 (e^{2x} + x)dx$ .

- a)  $e - 1$       b)  $\frac{e^2}{2} - 1$       c)  $\frac{e^2}{2}$       d)  $\frac{e^2}{2} + 1$       e)  $e^2$

PROBLEMA NR.7

Mulțimea numerelor reale  $x$  pentru care  $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \leq 1$  este:

- a)  $\mathbf{R}$       b)  $[1, \infty)$       c)  $[0, \infty)$       d)  $[-1, \infty)$       e)  $\emptyset$

PROBLEMA NR.8

Să se calculeze  $\int_0^1 x \ln(x^2 + 1)dx$ .

- a)  $\ln 2$       b)  $2\ln 2 - 1$       c)  $\ln 2 - 1/2$       d)  $1$       e)  $4\ln 2$

PROBLEMA NR.9

Să se calculeze aria mulțimii cuprinsă între curbele  $y = \frac{1}{1 + x^2}$  și  $y = \frac{x^2}{2}$ .

- a)  $\pi + \frac{1}{2}$       b)  $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$       c)  $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$       d)  $\frac{\pi}{2}$       e)  $\frac{3}{2}$

PROBLEMA NR.10

Să se calculeze  $\int_0^1 \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{e^x} \right) dx$ .

- a)  $3 - \frac{1}{e}$       b)  $1 + \frac{1}{e}$       c)  $1$       d)  $\frac{1}{e}$       e)  $3 + \frac{1}{e}$

**PROBLEMA NR.11**

Fie  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + b$ , unde  $a, b \in \mathbf{R}$ . Să se determine  $a$  și  $b$  știind că  $f'(1) = 2$  și  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{4}{3}$ .

- a)  $a=1, b=1$    b)  $a=1, b=2$    c)  $a=0, b=1$    d)  $a=3, b=\frac{4}{3}$    e)  $a=3, b=1$

**PROBLEMA NR.12**

Pentru ce valori ale lui  $m \in \mathbf{R}$  ecuația  $\sin^2 x - (m + 3)\sin x + 3m = 0$  are soluții?

- a)  $m \in (-3, -1)$ ;   b)  $m \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ ;   c)  $m = 3$ ;  
d)  $m \in [-1, 1]$ ;   e)  $m \in (1, 3]$ .

**PROBLEMA NR.13**

Fie ecuația  $x^2 + (m + 1)x + m^2 = 0$ ,  $m \in \mathbf{R}$  și  $x_1, x_2$  rădăcinile sale. Pentru ce valori ale lui  $m$  avem:  $x_1^2 + x_2^2 < 1$ ?

- a)  $m < 1$    b)  $m > 2$    c)  $m \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$    d)  $m \in (1, 2)$    e)  $m \notin (1, 2)$

**PROBLEMA NR.14**

Să se calculeze  $M = 1 + 4 + 7 + \dots + 3n + 1$

- a) 100   b)  $\frac{(3n+2)(n+1)}{2}$    c)  $3n + 2$    d)  $(3n + 2)n / 2$    e)  $n$

**PROBLEMA NR.15**

Fie  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 \ln x$ . Să se calculeze aria mulțimii mărginite de graficul lui  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele  $x = 1$ ,  $x = e$ .

- a)  $\frac{3e - 5}{4}$    b)  $\frac{3e^2 - 5}{2}$    c)  $\frac{2e^3 + 1}{9}$    d)  $\frac{3e^2 - 2}{4}$    e)  $\frac{3e^2 - 5}{4}$

PROBLEMA NR.16

Dacă  $I = \int_0^1 xe^{x^2} dx$  atunci

- a)  $I < 1$       b)  $I > 2$       c)  $I > 3$       d)  $I < 0$       e)  $I > 5$

PROBLEMA NR.17

În reperul cartezian  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , se consideră vectorii  $\vec{v}_n = (n^2 - 1)\vec{i} + (2n)\vec{j}$ ,  $n \in \mathbf{N}$ . Fie  $L_n$  lungimea vectorului  $\vec{v}_n$ . Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{n^2}$ .

- a)  $\infty$       b) 0      c) 1      d) -1      e) 2

PROBLEMA NR.18

Să se rezolve inecuația  $\frac{1}{x-1} \leq \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ .

- a)  $x \in (-\infty, 1) \cup (2, \infty)$ ,      b)  $x \in (1, 2) \cup (3, \infty)$ ,      c)  $x \in (1, 2)$ ,  
 d)  $x \in (3, \infty)$ ,      e)  $x \in (-\infty, 1) \cup (2, 3]$

PROBLEMA NR.19

Să se afle  $m$  astfel încât între rădăcinile ecuației  $x^2 - mx + 8 = 0$  să existe relația  $x_1 = 2x_2$ .

- a)  $m = -2$ ,      b)  $m \in \{-6, 6\}$ ,      c)  $m = 2$ ,      d)  $m = 8$ ,      e)  $m \in \{-12, 12\}$

PROBLEMA NR.20

Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{1}{|x - n + 1|} dx$ .

- a)  $\frac{1}{2}$       b) 1      c) 0      d)  $\ln 2$       e)  $-\ln 2$

**PROBLEMA NR.21**

1. Aria suprafeței cuprinse între curbele de ecuații  $y = x^2$  și  $y^2 = 8x$  este

- a)  $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$ ,    b)  $\frac{8}{3}$ ,    c)  $\frac{7}{3}$ ,    d) 4,    e)  $\frac{40}{3}$

**PROBLEMA NR.22**

Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^3 + 2x^2 - 2}}{\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 3x}}$ .

- a) 0    b)  $\frac{1}{2}$     c)  $\frac{3}{4}$     d)  $\infty$     e)  $-\frac{1}{2}$

**PROBLEMA NR.23**

1. Fie funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x \ln x$ . Care este valoarea minimă a acestei funcții ?

- a)  $-\frac{1}{e}$     b)  $-e$     c)  $-\frac{1}{\sqrt{e}}$     d)  $\frac{1}{e}$     e) 1

**PROBLEMA NR.24**

Să se determine  $m \in \mathbf{R}$ , astfel încât sistemul  $\begin{cases} x + my + z = 0 \\ x + y + mz = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$  să

admită soluție diferită de soluția nulă.

- a)  $m \in \mathbf{R} \setminus \{1, 2\}$ ,    b)  $m \in \{1, 2\}$ ,    c)  $m \in \{-1, -2\}$     d)  $m \in (1, 2)$ ,  
e)  $m \in (-\infty, 1) \cup (2, \infty)$

**PROBLEMA NR.25**

Fie funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ . Calculați aria suprafeței determinată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuație  $x = \frac{1}{e}$  și  $x = e^2$ .

- a)  $e - \frac{1}{e}$ ,    b)  $\frac{5}{2}$ ,    c)  $\frac{e^2 - 1}{2e}$ ,    d)  $\frac{3}{2}$ ,    e)  $\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2e}$