CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

“PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu” – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Clasa a III-a

Subiectul I

1) Aflaţi diferenţa dintre suma numerelor naturale impare de la 11 la 31 şi suma numerelor naturale pare cuprinse între 10 şi 30.

2) Aflaţi câte numere naturale de forma $\overline{ab}$ au proprietatea: produsul dintre numărul $\overline{ab}$ şi succesorul lui se împarte exact la 10.

Înv. Stoian Adela,
Înv. Onogea Ioan

Subiectul II

Fie $S = 1 + 2 + 3 + ... + 9$.

1. Scrieţi numărul S ca produs de trei numerele naturale.
2. Schimbaţi semne + cu semne – în suma dată pentru a obţine un număr cu 18 mai mic decât S.

Prof. Dumitrescu Paul

Subiectul III

Suma a patru numere naturale a, b, c şi d este 52. Dacă micşorăm numărul b cu x, pe c cu y şi pe d cu z, unde x, y, z sunt impare consecutive şi mărim pe a cu $x + y + z$, obţinem patru numere pare consecutive. Aflaţi numerele a, b, c şi d.

Înv. Constantin Cristina
Înv. Constantin Ilie

Subiectul IV

Folosind o singură dată fiecare din cele zece cifre, scrieţi cinci numere formate din zeci şi unităţi, astfel încât suma lor să fie :

a) cea mai mare posibilă
b) cea mai mică posibilă
c) egală cu 333.

Înv. Traşcă Adriana,

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru : 2 ore şi 30 minute.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Clasa a IV-a

Subiectul I

1) Calculaţi $797-\left\{18\cdot 5+616:\left[3\cdot 2-\left(7+25:5\right):3\right]\right\}\cdot 2$

2) Aflaţi numerele naturale a şi b ştiind că:
$a\cdot(b-5)=108$ şi $a=153:b$.

Înv. Stănescu Liana

Subiectul II

1. Fie a cel mai mare număr natural de 3 cifre diferite care, împărţit la 5, dă restul 3 şi b cel mai mic număr natural de 3 cifre diferite care, împărţit la 5 dă restul 1. Aflaţi a, b, câtul şi restul împărţirii lui $a-b$ la 5.

2. Suma a două numere naturale este 176. Aflaţi cele două numere ştiind că, dacă ştergem o cifră a unui număr, obţinem celălalt număr.

Înv. Dumitriu Constantina
Înv. Burduază Ana

Subiectul III

Ionuţ are o soră care are 3 ani şi un frate cu 4 ani mai mare decât el. În urmă cu 5 ani, suma vârstelor membrilor familiei era egală cu 72 de ani, iar suma vârstelor părinţilor era de 5 ori mai mare decât suma vârstelor copiilor.

1. Aflaţi suma vârstelor membrilor familiei.
2. Câţi ani are Ionuţ acum?
3. Peste câţi ani suma vârstelor părinţilor va fi de două ori mai mare decât suma vârstelor copiilor?

Înv. Măgureanu Constantin

Subiectul IV

În depozit sunt mere în 4 lădiţe de câte 2 kg, 4 lădiţe de câte 3 kg şi 7 lădiţe de câte 4 kg.

1. Aflaţi câte kg de mere sunt.
2. Cum putem aşeza lădiţele în 3 cutii astfel încât, în fiecare cutie să fie acelaşi număr de lădiţe şi cutiile să aibă aceeaşi greutate.

Înv. Răducioiu Emilia
Înv. Munteanu Maria

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru : 2 ore şi 30 minute.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Clasa a V-a

Subiectul I

1) Rezolvaţi ecuaţia: $\overline{2,5(x)}+\overline{3,x(2)}=6,3$.

2) Demonstraţi că $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+.....+\frac{1}{2^{2010}}>1,\underbrace{999....9}_{603}$.

Prof. Barbu Gheorghe
Prof. Banu Alexandru

Subiectul II

Să se determine numerele $\overline{ab}$ scrise în baza 10, astfel încât $\overline{ab}=a^b+\overline{ba}$.

Prof. Dumitru Acu, Sibiu

Subiectul III

Media aritmetică a 12 numere raţionale pozitive este 47,2 , iar media aritmetică dintre cel mai mic număr şi cel mai mare număr este 49,5.

1. Aflaţi media aritmetică a celorlalte 10 numere.
2. Demonstraţi că există cel puţin două dintre numere a căror diferenţă este mai mică decât 9.

Prof. Mitrache Emil

Subiectul IV

Fie mulţimea $A=\{a \mid a=2^n-2n+1, n\in\mathbb{N}, n\le 50\}$.

1. Arătaţi că $23\in a$; $241\in A$; $2017\notin A$.
2. Dacă $a_n=2^n-2n+1, n\in\mathbb{N}, n\ge 2$, arătaţi că $a_n<a_{n+1}$ şi aflaţi cardinalul mulţimii A.
3. Demonstraţi că $2^{n-1}<a_n<2^n$, pentru orice $n>3, n\in\mathbb{N}$.

Prof. Ciucă Gheorghe

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru : 2 ore şi 30 minute.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Clasa a VI-a

Subiectul I

1) Scrieţi numărul 284 ca sumă de 4 termeni a,b,c,d ştiind că:

$\frac{a}{b}=\frac{6,25}{7,5}$, $\frac{c}{d}=\frac{0,(6)}{1,(1)}$ şi $\frac{a}{d}=\frac{0,75}{0,3}$.

2) Dacă $x,y,z\in\mathbb{N}^*$ sunt direct proporţionale cu $\overline{yz}$, $\overline{zx}$ şi $\overline{xy}$, să se calculeze valoarea expresiei $E=\left(\frac{1}{x+2y}+\frac{1}{2y+3z}+\frac{1}{3z+x}\right)\cdot(3x+4y+5z)$.

Subiectul II

1. Aflaţi $a,b\in\mathbb{N}$ ştiind că $\frac{1}{2}<\frac{a}{10}<\frac{2}{3}$ şi $\frac{4}{3}<\frac{a+b}{10}<\frac{3}{2}$.
2. Aflaţi câte fracţii de forma $\frac{a}{100},a\in\mathbb{N}^*$, se află între $\frac{1}{2}$ şi $\frac{2}{3}$.
3. Arătaţi că, între $\frac{1}{2}$ şi $\frac{2}{3}$, se află $1\underbrace{6......6}_{n-1\,cifre}$ fracţii de forma $\frac{a}{10^n},a\in\mathbb{N}^*,n\in\mathbb{N}^*$.

Prof. Saraolu Constantin,
Prof. Saraolu Mariana

Subiectul III

Fie $\triangle ABC, Q$ proiecţia punctului C pe bisectoarea unghiului B şi $m\left(\widehat{B_{ext}}\right)+m\left(\widehat{C_{ext}}\right)=270^\circ$.

1. Aflaţi $m\left(\widehat{A}\right)$.
2. Arătaţi că punctul Q se află pe mediatoarea lui $[AC]$.
3. Demonstraţi că bisectoarea unghiului $\widehat{B}_{ext}$ este paralelă cu CQ.

Subiectul IV

Fie $\triangle ABC$ şi D un punct pe latura $[AC]$. Simetricul punctului A în raport cu dreapta BD este punctul $Q, Q\in[BC]$ şi $AQ\cap BD=\{P\}$.

1. Arătaţi că $\triangle BAD\equiv\triangle BQD$.
2. Demonstraţi că $[BD$ este bisectoarea unghiului ABC.
3. Dacă $A\widehat{B}Q$ şi $A\widehat{D}Q$ sunt suplementare şi $4AP=BC$, aflaţi $m\left(A\widehat{B}C\right)$ şi $m\left(A\widehat{C}B\right)$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru : 2 ore şi 30 minute.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Clasa a VII-a

Subiectul I

Arătaţi că :

1. dacă $1 \le x \le 4$, atunci $x(5-x) \ge 4$;
2. dacă $1 \le a \le 4, 1 \le b \le 4, 1 \le c \le 4$ şi $a+b+c=9$, atunci $1 \le \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \le \frac{3}{2}$.

Subiectul II

1. Rezolvaţi în $\mathbb{Z}$:

a) $|4x-1| = 11$

b) $|5x+2| \le 3$

2. Aflaţi $a \in \mathbb{Z}$ ştiind că inecuaţia $|3x-2| \le a$ are exact trei soluţii numere întregi negative.

3. Fie $a, b \in \mathbb{Z}, a \ne b$. Arătaţi că, dacă inecuaţia $|x-a|+|x-b| \le 1$ are cel puţin o soluţie în $\mathbb{Z}$, atunci a şi b sunt prime între ele.

Prof. Drăgan Elena

Subiectul III

Pe laturile pătratului $ABCD$ se aleg punctele M, P, Q, R, $M \in (AB), P \in (BC), Q \in (CD), R \in (AD)$.

a) Dacă $AB = 10\,cm, AM = 2\,cm, BP = 6\,cm, CQ = 3\,cm, DR = 5\,cm$, aflaţi aria patrulaterului $MPQR$.

b) Dacă $AB = 1\,cm$ şi a, b, c, d sunt lungimile laturilor patrulaterului $MPQR$, arătaţi că :

1. $2 \le a^2+b^2+c^2+d^2 \le 4$.
2. $2\sqrt{2} \le a+b+c+d < 4$.

Prof. Stelian Ionescu, Piteşti

Subiectul IV

1. În $\triangle ABC$ avem: $h_a = 12, h_b = 18$. Demonstraţi că $a > b$ şi $7{,}2 < h_c < 36$.

Prof. Mazilu Marius

2. Se consideră un segment $[BC]$. Să se arate că, dintre toate triunghiurile ABC având aceeaşi arie, cel isoscel are cel mai mic perimetru.

Prof. Nicolae Secelean, Sibiu

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru : 2 ore şi 30 minute.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Clasa a VIII-a

Subiectul I

1. Rezolvaţi sistemul: $\begin{cases} 2|x-3|-|2y+1|=7 \\ 5|x-3|+3|2y+1|=34 \end{cases}$.

2. Fie $a,b \in \mathbb{R}$ astfel încât $a^2+b^2=1$. Demonstraţi că:
   1. $\sqrt{a^4+4b^2}+\sqrt{b^4+4a^2}=3$
   2. $-\sqrt{2} \le a+b \le \sqrt{2}$

Prof. Pavel Alexandru, Mangalia

Subiectul II

1. Demonstraţi că $a^3+b^3 \ge ab(a+b)$, oricare ar fi $a \ge 0, b \ge 0$.
2. Dacă $a,b,c>0$ şi $a \cdot b \cdot c=1$, să se arate că :

$$2\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right) \ge \frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}.$$

Prof. Emil Popa, Sibiu

Subiectul III

Fie $ABCD$ romb cu $AB=a$, $a>0$ şi aria egală cu $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. În centrul O al rombului se ridică perpendiculara VO pe $(ABCD)$ astfel încât $VB=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

1. Aflaţi volumul piramidei $VABCD$.
2. Fie $P \in (ABCD)$. Arătaţi că suma distanţelor de la P la două feţe laterale opuse este egală cu suma distanţelor la cele două feţe opuse.

Subiectul IV

În tetraedrul $ABCD$, $m(\widehat{BAD})=m(\widehat{ABC})=m(\widehat{ADC})=90^\circ$, iar M,N,P şi Q sunt mijloacele muchiilor $[BD]$, $[AC]$,$[AD]$, respectiv $[AB]$. Să se arate că:

1. $MN \perp (ABD)$.
2. $(PMN) \perp (MNQ)$
3. volumul tetraedrului $ABCD$ este de 8 ori mai mare decât volumul tetraedrului $MNPQ$.

Prof. Popescu Constantin

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru : 2 ore şi 30 minute.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

“PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu” – EDIŢIA A XVI-A

Proba colectivă – 18 mai 2013

Clasa a V-a

Subiectul I

Fie numărul $a = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Ştiind că ultima cifră a lui a este 1, aflaţi ultima cifră a numărului $\frac{n(n+1)}{2}$.

Prof. Giurgiu Marius

Subiectul II

Fie $x, y \in \mathbb{N}^*$ şi fracţia $\frac{5^{n+1} \cdot 2^n + x}{5^n \cdot 2^{n+1} + y}$. Să se arate că există cel puţin 25 perechi (x, y), x şi y cifre, pentru care fracţia este reductibilă, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

Prof. Dicu Ina

Subiectul III

Aflaţi numerele raţionale de forma $\frac{b}{a}$ şi $\frac{c}{a}$, $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, ştiind că suma inverselor lor este 1,1 , iar fracţiile $\frac{5}{2}$ şi $\frac{b}{c}$ sunt echivalente.

Prof. Genoiu Leon

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru : 1 oră şi 30 minute.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba colectivă – 18 mai 2013

Clasa a VI-a

Subiectul I

Cota TVA pentru un produs este de 19%. Cu cât la sută se va scumpi produsul respectiv dacă TVA creşte cu 25%? (preţul de vânzare al unui produs = preţul de producţie + TVA)

Prof. Dragomir Constantin, Piteşti

Subiectul II

Fie $\triangle ABC$, cu $AB < AC$ şi $B' \in AC, C' \in (AB$ astfel încât $[AB] \equiv [AB']$ şi $[AC] \equiv [AC']$. Dacă $BC \cap B'C' = \{O\}$, arătaţi că :

1. $[OC] \equiv [OC']$.
2. $[AO$ este bisectoarea $M\hat{A}N$, unde $M = mijl.[B'C']$ şi $N = mijl.[BC]$.

Prof. Statie Ileana
Prof. Statie Alexandru

Subiectul III

Completaţi grila de 4 x 4 cu "numere încrucişate".

Orizontal:

1. cifrele sale sunt consecutive şi aranjate în ordine
2. este o putere a lui 3
3. produsul cifrelor sale este 756
4. suma cifrelor sale este 16

Vertical:

A. cifrele sale sunt consecutive, dar în dezordine
B. este un număr format din cifre impare consecutive, în dezordine
C. numărul se divide cu 9
D. este pătrat perfect de forma $\overline{aabb}$.

(| a | b | c | d | $\overline{abcd}$)

Prof. Dăncilă Ioan, Bucureşti

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru : 1 oră şi 30 minute.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

“PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu” – EDIŢIA A XVI-A

Proba colectivă – 18 mai 2013

Clasa a VII-a

Subiectul I

Fie $a_1, a_2, ...a_n$ numere pozitive şi $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Să se arate că:

$$\frac{-a_1 + a_2 + ... + a_n}{a_1} + \frac{a_1 - a_2 + a_3 ... + a_n}{a_2} + ... + \frac{a_1 + a_2 + ... + a_{n-1} - a_n}{a_n} \geq n(n-2).$$

Prof. Dumitru Acu

Subiectul II

Să se arate că numărul $n = \frac{2^{2013} - 8}{31} - \frac{2^{2013} + 8}{41}$ este natural.

Prof. Tudor Ionel, Călugăreni

Subiectul III

Fie triunghiul ABC şi punctele $M \in (BC), N \in (CA), P \in (AB)$ astfel încât $\frac{MB}{MC} = \frac{NC}{NA} = \frac{PA}{PB} = \frac{1}{2}$. Dacă $AM \cap BN = \{E\}, BN \cap CP = \{F\}, CP \cap AM = \{G\}$ şi aria triunghiului ABC este $70 cm^2$, calculaţi aria triunghiului ABM şi aria triunghiului EFG.

Prof. Bărăscu Constantin

Prof. Dobre Dumitru

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru : 1 oră şi 30 minute.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

“PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu” – EDIŢIA A XVI-A

Proba colectivă – 18 mai 2013

Clasa a VIII-a

Subiectul I

Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia: $5\cdot[x]=23\cdot\{x\}$, unde $[x]$ este partea întreagă a lui x, iar $\{x\}$ este partea fracţionară a lui x.

Subiectul II

Să se arate că ecuaţia $ax^2+2013x+b=0$ nu are soluţii raţionale, unde a şi b sunt numere naturale impare.

Subiectul III

Într-o piramidă, feţele laterale de arii $5cm^2, 5cm^2$ şi $8cm^2$ fac unghiuri congruente cu planul bazei. Ştiind că aria bazei este $9cm^2$, aflaţi volumul piramidei.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru : 1 oră şi 30 minute.

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Barem de corectare
Clasa a III-a

Subiectul I

1) Aflați diferența dintre suma numerelor naturale impare de la 11 la 31 și suma numerelor naturale pare cuprinse între 10 și 30.

2) Aflați câte numere naturale de forma $\overline{ab}$ au proprietatea: produsul dintre numărul $\overline{ab}$ și succesorul lui se împarte exact la 10.

Înv. Stoian Adela,
Înv. Onogea Ioan

Barem de corectare

1) $a = 11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31$, $a = 231$ 2p

$b = 12+14+16+18+20+22+24+26+28$, $b = 180$ 2p

$a > b$ 1p

2)

$10\cdot 11$	$20\cdot 21$ ....$80\cdot 81$	$90\cdot 91$	
$14\cdot 15$	$24\cdot 25$ ....$84\cdot 85$	$94\cdot 95$	....................................3,5p
$15\cdot 16$	$25\cdot 26$ ....$85\cdot 86$	$95\cdot 96$	
$19\cdot 20$	$29\cdot 30$ ....$89\cdot 90$		

$4\cdot 8+3=35$ numere...0,5p

Din oficiu 1p
Total 10p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Barem de corectare
Clasa a III-a

Subiectul II

Fie $S = 1 + 2 + 3 + ... + 9$.

3. Scrieţi numărul S ca produs de trei numerele naturale.
4. Schimbaţi semne + cu semne – în suma dată pentru a obţine un număr cu 18 mai mic decât S.

Prof. Dumitrescu Paul

Barem de corectare

1. $S = 45$ ……………………………………………………………………1p

$45 = 1\cdot1\cdot45 = 1\cdot3\cdot15 = 1\cdot5\cdot9 = 3\cdot3\cdot5$ ……………………………………………2p

2. $S - 18 = 27$

Schimbând + din faţa unui număr n cu – , S se micşorează cu $2n$ …………..1p

I. Schimbăm + din faţa lui 9 cu – obţinem: $1 + 2 + ... + 8 - 9 = 27$ ……………..1p

II. Schimbăm semnul + din faţa a două numere a şi b cu $a + b = 9,\ 2 \le a < b < 9$

$a + b = 2 + 7 \Rightarrow 1 - 2 + 3 + 4 + 5 + 6 - 7 + 8 + 9 = 27$ ……………………………..1p

$a + b = 3 + 6 \Rightarrow 1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 + 9 = 27$ ……………………………..1p

$a + b = 4 + 5 \Rightarrow 1 + 2 + 3 - 4 - 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 27$ ……………………………..1p

III. $a + b + c = 9,\ 2 \le a < b < c < 9$.

$a + b + c = 2 + 3 + 4 \Rightarrow 1 - 2 - 3 - 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 27$ ………………………1p

Oficiu 1 p
Total 10 p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

“PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu” – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

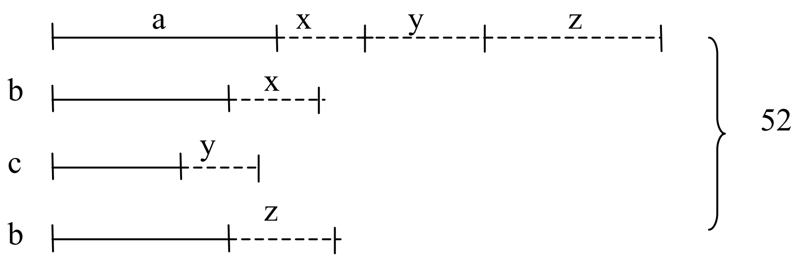
Barem de corectare
Clasa a III-a

Subiectul III

Suma a patru numere naturale a, b, c şi d este 52. Dacă micşorăm numărul b cu x, pe c cu y şi pe d cu z, unde x, y, z sunt impare consecutive şi mărim pe a cu $x+y+z$, obţinem patru numere pare consecutive. Aflaţi numerele a, b, c şi d.

Înv. Constantin Cristina
Înv. Constantin Ilie

Barem de corectare

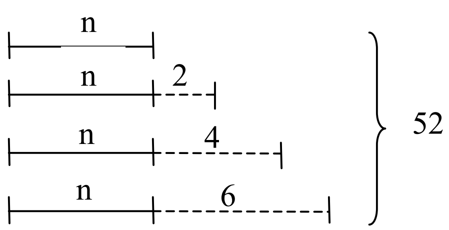


…………………..1p

$a+b+c+d=52$

$(a+x+y+z)+(b-x)+(c-y)+(d-z)=52$ …………………………………………..1p

Numerele obţinute sunt $n, n+2, n+4, n+6$, n par.



…..…………………1p

$4n+12=52, 4n=52-12 \Rightarrow 4n=40 \Rightarrow n=10$ …………………………………………...1p

Obţinem numerele 10,12, 14, 16…………………………………………………………1p

Suma a trei numere impare poate fi: 1+3+5=9, 3+5+7=15, …., …………………………1p

Cum $a+(x+y+z)=10 \Rightarrow x+y+z \le 10$. Deci $x+y+z=9$. Avem numerele $x=1, y=3, z=5$ ...……………………………………………………………………..1p

Din $\left.\begin{array}{l} a+9=10 \Rightarrow a=1 \\ b-1=12 \Rightarrow b=13 \\ c-3=14 \Rightarrow c=17 \\ d-5=16 \Rightarrow d=21 \end{array}\right\}$ ……………………………………………………………..2p

Oficiu 1p
Total 10p

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIȚIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Barem de corectare
Clasa a III-a

Subiectul IV

Folosind o singură dată fiecare din cele zece cifre, scrieți cinci numere formate din zeci și unități, astfel încât suma lor să fie :

d) cea mai mare posibilă
e) cea mai mică posibilă
f) egală cu 333.

Înv. Trașcă Adriana,

Barem de corectare:

Cifra 0 poate fi scrisă numai la unități.

Fie $\overline{a0}, \overline{bc}, \overline{de}, \overline{fg}, \overline{hi}$ cele cinci numere, unde literele diferite reprezintă cifre diferite și $a+b+.....+i=1+2+...+9=45$ 1p

a) Suma cea mai mare se obține atunci când cifrele zecilor sunt cele mai mari, adică $a+b+d+f+h=9+8+7+6+5=35$ (de zeci) . Atunci $c+e+g+i=1+2+3+4=10$ și $S_{\max}=360$. Ex. $90+81+72+63+54=360$ 2p

b) Suma cea mai mică se obține atunci când cifrele zecilor sunt cele mai mici, adică $a+b+d+f+h=1+2+3+4+5=15$ (zeci). Atunci $c+e+g+i=6+7+8+9=30$ și $S_{\min}=180$. Ex. $19+28+37+46+50=180$ 2p

c) $10 \le c+e+g+i \le 30$. Cum $c+e+g+i$ se termină cu cifra 3, rezultă că $c+e+g+i=13$ sau $c+e+g+i=23$ 1p
Dacă $c+g+e+i=13$, atunci $a+b+d+f+h=45-13=32$ (de zeci), iar suma este 333.
Ex. $7+3+2+1=13$ și $4+5+6+8+9=32$ (de zeci). Ex. $40+57+63+82+91=333$ 2p

Dacă $c+g+e+i=23$ atunci $a+b+d+f+h=45-23=22$ (de zeci), iar suma este $243 \ne 333$ 1p

Din oficiu 1p
Total 10p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

“PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu” – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Barem de corectare
Clasa a IV-a

Subiectul I

1) Calculați $797-\left\{18\cdot 5+616:\left[3\cdot 2-\left(7+25:5\right):3\right]\right\}\cdot 2$

2) Aflați numerele naturale a și b știind că:
$a\cdot(b-5)=108$ și $a=153:b$.

Înv. Stănescu Liana

Barem de corectare:

1) $797-\left[90+616:\left(6-12:3\right)\right]\cdot 2=1$ ………………………………………………….4p

2) Din $a=153:b\Rightarrow a\cdot b=153$ ……………………………………………………..2p
Avem $a\cdot b-a\cdot 5=108\Rightarrow 153-5a=108\Rightarrow a=9$ …………………………………….2p
Din $9b=153\Rightarrow b=17$ ……………………………………………………………...1p

Din oficiu 1p
Total 10 p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Barem de corectare
Clasa a IV-a

Subiectul II
1. Fie a cel mai mare număr natural de 3 cifre diferite care, împărțit la 5, dă restul 3 și b cel mai mic număr natural de 3 cifre diferite care, împărțit la 5 dă restul 1. Aflați a, b, câtul și restul împărțirii lui $a-b$ la 5

2. Suma a două numere naturale este 176. Aflați cele două numere știind că, dacă ștergem o cifră a unui număr, obținem celălalt număr.

Înv. Dumitriu Constantina
Înv. Burduază Ana

Barem de corectare

1. $a=983$ ……………………………………………………………………0,5p
$b=106$ ……………………………………………………………………0,5p
$a-b=877$ …………………………………………………………………0,5p
$c=175$ ……………………………………………………………………0,5p
$r=2$ ………………………………………………………………………0,5p

2. Fie $x, y \in \mathbb{N}$, $x+y=186$.
$x \le 186 \Rightarrow x$ are cel mult 3 cifre.
I. x are 2 cifre, y are o cifră $\Rightarrow x+y \le 99+9$ (F) ……………………….0,5p
II. x are 3 cifre, y are 2 cifre.
$x=\overline{abc} \Rightarrow y=\overline{ab}$ sau $y=\overline{bc}$ sau $y=\overline{ac}$ ……………………………………1p
$\overline{abc} \le 186 \Rightarrow a=1$

$a=1$
$\overline{1bc}+\overline{1b}=176 \Rightarrow \overline{bc}+b=66 \Rightarrow b=6, c=0$ ………………………..2p
160
$\overline{1bc}+\overline{1c}=176 \Rightarrow \overline{bc}+c=66 \Rightarrow b=6, c=3;\ b=5, c=8$ ………………………..2p
163, 158

$\overline{1bc}+\overline{bc}=176 \Rightarrow \overline{bc}=38$ ………………………..1p
138

Din oficiu 1p
Total 10 p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

“PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu” – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Barem de corectare
Clasa a IV-a

Subiectul III

Ionuț are o soră care are 3 ani și un frate cu 4 ani mai mare decât el. În urmă cu 5 ani, suma vârstelor membrilor familiei era egală cu 72 de ani, iar suma vârstelor părinților era de 5 ori mai mare decât suma vârstelor copiilor.

4. Aflați suma vârstelor membrilor familiei.
5. Câți ani are Ionuț acum?
6. Peste câți ani suma vârstelor părinților va fi de două ori mai mare decât suma vârstelor copiilor?

Înv. Măgureanu Constantin

Barem de corectare

1. $72+4\cdot 5+3=95$ ani……………………………………………………………2p

2. Notăm s - suma vârstelor băieților $\Rightarrow 5s$ suma vârstelor părinților, acum 5 ani.
Din $6s=72\Rightarrow s=12$ ……………………………………………………………1p
$(12-4):2=4$ ani avea Ionuț acum 5 ani………………………………………………..1p
$4+5=9$ ani are Ionuț în prezent………………………………………………………..1p

3. $5\cdot 12=60$ ani aveau părinții cum 5 ani $\Rightarrow 60+5\cdot 2=70$ ani au în prezent…………1p
Peste n ani: $70+2n$ - suma vârstelor părinților, $25+3n$ suma vârstelor copiilor …….1p
Din $2(25+3n)=70+2n\Rightarrow n=5$ ……………………………………………………….2p

Din oficiu 1p
Total 10 p

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIȚIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Clasa a IV-a

Subiectul IV

În depozit sunt mere în 4 lădițe de câte 2 kg, 4 lădițe de câte 3 kg și 7 lădițe de câte 4 kg.

3. Aflați câte kg de mere sunt.
4. Cum putem așeza lădițele în 3 cutii astfel încât, în fiecare cutie să fie același număr de lădițe și cutiile să aibă aceeași greutate.

Înv. Răducioiu Emilia
Înv. Munteanu Maria

Barem de corectare

1. $4 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 7 \cdot 4 = 48$ kg……………………………………………………..1p
2. $48 : 3 = 16$ kg va avea fiecare cutie……………………………………………..1p

$(4+4+7):3=5$ lădițe în fiecare cutie…………………………………………….1p

I. dacă într-o cutie punem o lădiță de 3kg ar mai trebui 15 kg pe care nu le putem obține folosind 2 kg sau 4 kg (15 număr impar)…………………………………………2p

II.

| 3 3 4 4 2 | 3 3 4 4 2 | 4 4 4 2 2 |………2p

Dacă punem 2 lădițe de câte 3 kg, atunci diferența de 10 kg o putem obține de la 2 cutii de câte 4 kg și una de 2 kg. Pentru ultima cutie rămân cele 2 cutii de câte 2 kg și 3 de 4 kg, în total 16 kg.

III.

| 3 3 3 3 4 | 4 4 4 2 2 | 4 4 4 2 2 |………..2p

- în prima cutie punem lădițele de câte 3 kg și una de 4 kg.
- în celelalte punem câte 3 cutii de câte 4 kg și câte 2 de câte 2 kg.

Din oficiu 10 p
Total 10p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Barem de corectare
Clasa a VI-a

Subiectul I
1) Scrieți numărul 284 ca sumă de 4 termeni a,b,c,d știind că:

$$\frac{a}{b}=\frac{6,25}{7,5}\ ,\ \frac{c}{d}=\frac{0,(6)}{1,(1)}\ \text{și}\ \frac{a}{d}=\frac{0,75}{0,3}.$$

2) Dacă $x,y,z\in\mathbb{N}^*$ sunt direct proporționale cu $\overline{yz}$, $\overline{zx}$ și $\overline{xy}$, să se calculeze valoarea expresiei $E=\left(\frac{1}{x+2y}+\frac{1}{2y+3z}+\frac{1}{3z+x}\right)\cdot(3x+4y+5z)$.

Barem de corectare:

1) $\frac{a}{b}=\frac{6,25}{7,5}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{5}{6};\frac{c}{d}=\frac{6}{10};\frac{a}{d}=\frac{5}{2}$ .... p

$\frac{a}{5}=\frac{b}{6},\frac{c}{3}=\frac{d}{5},\frac{a}{5}=\frac{d}{2}$ .... p

$\frac{a}{5}=\frac{b}{6}=\frac{d}{2}=\frac{c}{\frac{6}{5}}=\frac{284}{\frac{71}{5}}=20$ .... p

$a=100,b=120,c=24,d=40$ .... p

2) $\frac{x}{\overline{yz}}=\frac{y}{\overline{zx}}=\frac{z}{\overline{xy}}=\frac{x+y+z}{11(x+y+z)}=\frac{1}{11}$ .... p

Din $11x=\overline{yz}\Rightarrow x=y=z$ .... p

$E=\left(\frac{1}{3x}+\frac{1}{5x}+\frac{1}{4x}\right)\cdot 12x,\ E=\frac{47}{5}$ .... p

Din oficiu 1p
Total 10p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Barem de corectare
Clasa a VI-a

Subiectul II

4. Aflaţi $a,b\in\mathbb{N}$ ştiind că $\frac{1}{2}<\frac{a}{10}<\frac{2}{3}$ şi $\frac{4}{3}<\frac{a+b}{10}<\frac{3}{2}$.
5. Aflaţi câte fracţii de forma $\frac{a}{100}, a\in\mathbb{N}^*$, se află între $\frac{1}{2}$ şi $\frac{2}{3}$.
6. Arătaţi că, între $\frac{1}{2}$ şi $\frac{2}{3}$, se află $1\underbrace{6......6}_{n-1 cifre}$ fracţii de forma $\frac{a}{10^n}, a\in\mathbb{N}^*, n\in\mathbb{N}^*$.

Prof. Saraolu Constantin,
Prof. Saraolu Mariana

Barem de corectare:

1. Din $\frac{1}{2}<\frac{a}{10}<\frac{2}{3}\Rightarrow 5<a<\frac{20}{3}$ ……………………………………………………1p

Cum $a\in\mathbb{N}\Rightarrow a=6$ ……………………………………………………………0,5p

Avem: $\frac{4}{3}<\frac{b+6}{10}<\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{40}{3}<b+6<\frac{30}{2}$ ………………………………………………1p

$\Rightarrow b+6=14\Rightarrow b=8$ ……………………………………………………………..0,50p

2. Din $\frac{1}{2}<\frac{a}{100}<\frac{2}{3}\Rightarrow 50<a<66\frac{2}{3}$ ………………………………………………..1p

Cum $a\in\mathbb{N}\Rightarrow a\in\{51,52,....66\}$ $\Rightarrow a$ ia 16 valori $\Rightarrow$ 16 fracţii…………………………1p

3. $\frac{1}{2}<\frac{a}{10^n}<\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{10^n}{2}<a<2\cdot\frac{10^n}{3}$ ……………………………………………………1p

$$\left.\begin{array}{l}\frac{10}{2}\cdot 10^{n-1}<a<\frac{2\cdot 10}{3}\cdot 10^{n-1}\\ 5\cdot 10^{n-1}<a<\frac{20}{3}\cdot 10^{n-1}\\ 5\underbrace{0....0}_{n-1}<a<\frac{2\overbrace{0....0}^{n}}{3}\end{array}\right\}$$ ……………………………………………………1p

$5\underbrace{0....0}_{n-1}<a\le\underbrace{66....6}_{n}$ …………………………………………………...1p

$$\left.\begin{array}{l}\underbrace{66....6}_{n}-5\underbrace{0....0}_{n-1}=1\underbrace{6....6}_{n-1}\\ \Rightarrow 1\underbrace{6....6}_{n-1}\ fractii\end{array}\right\}$$ ………...…………………………………………...1p

Din oficiu 1p, Total 10p

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIȚIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

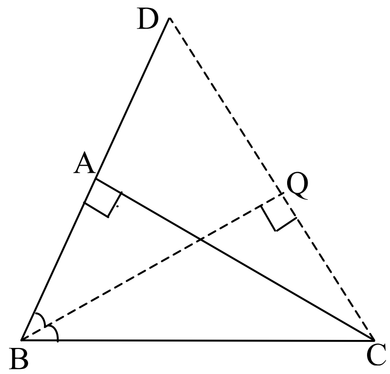
Barem de corectare
Clasa a VI-a

Subiectul III

Fie $\triangle ABC, Q$ proiecția punctului C pe bisectoarea unghiului B și $m\left(\widehat{B_{ext}}\right)+m\left(\widehat{C_{ext}}\right)=270^\circ$.

4. Aflați $m\left(\widehat{A}\right)$.
5. Arătați că punctul Q se află pe mediatoarea lui $[AC]$.
6. Demonstrați că bisectoarea unghiului $\widehat{B}_{ext}$ este paralelă cu CQ.

Barem de corectare:



1. $m\left(\widehat{B_{ext}}\right)=180^\circ-m\left(\widehat{B}\right)$, $m\left(\widehat{C_{ext}}\right)=180^\circ-m\left(\widehat{C}\right)$.....................................1p

$360^\circ-m\left(\widehat{B}\right)-m\left(\widehat{C}\right)=270^\circ \Rightarrow m\left(\widehat{B}\right)+m\left(\widehat{C}\right)=90^\circ \Rightarrow m\left(\widehat{A}\right)=90^\circ$ 1p

2. Fie $BA\cap CQ=\{D\}$.

În $\triangle DBC$ avem: $[BQ]$ înălțime și mediană...1p

$\Rightarrow \triangle BDC$ isoscel, $[CD]$ bază...1p

$\Rightarrow [BQ]$ mediană $\Rightarrow Q$ - mijlocul $[CD]$ 1p

În $\triangle ACD$, $m\left(\widehat{A}\right)=90^\circ$. $[AQ]$ mediană $\Rightarrow AQ=\dfrac{CD}{2}$ 1p

Cum $CQ=\dfrac{CD}{2} \Rightarrow AQ=CQ \Rightarrow Q \in$ mediatoarei $[AC]$ 1p

3. $bis\ \widehat{B}_{ext} \perp bis\widehat{B}$ 1p

$bis\widehat{B} \perp CQ \Rightarrow bis\widehat{B}_{ext} \parallel CQ$ 1p

Din oficiu 1p
Total 10p

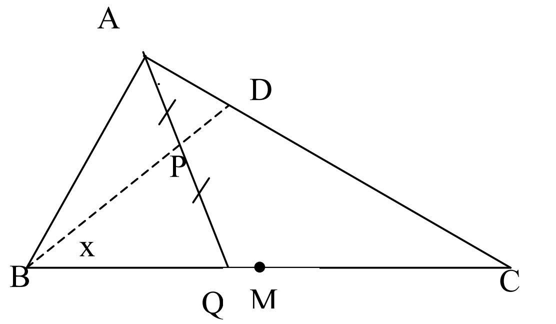
CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIȚIA A XVI-A
Proba individuală – 17 mai 2013
Barem de corectare - Clasa a VI-a

Subiectul IV

Fie $\triangle ABC$ și D un punct pe latura $[AC]$. Simetricul punctului A în raport cu dreapta BD este punctul $Q, Q \in [BC]$ și $AQ \cap BD = \{P\}$.

4. Arătați că $\triangle BAD \equiv \triangle BQD$.
5. Demonstrați că $[BD$ este bisectoarea unghiului ABC.
6. Dacă $\widehat{ABQ}$ și $\widehat{ADQ}$ sunt suplementare și $4AP = BC$, aflați $m\left(\widehat{ABC}\right)$ și $m\left(\widehat{ACB}\right)$.

Barem de corectare:



1. În $\triangle ABQ$ avem : $[BP]$ înălțime și mediană $\Rightarrow \triangle ABQ$ isoscel, $[BA] \equiv [BQ]$.......1p

$\triangle DAQ$ isoscel, $[DA] \equiv [DQ]$..1p

$\triangle BAD \equiv \triangle BQD (L.L.L.)$..1p

2. Cum $\triangle BAD \equiv \triangle BQD \Rightarrow \widehat{ABD} \equiv \widehat{QBD} \Rightarrow [BD$ e bisectoarea $\widehat{ABC}$ 1p

3. Din $m\left(\widehat{ABQ}\right) + m\left(\widehat{ADQ}\right) = 180^\circ \Rightarrow m\left(\widehat{ABD}\right) + m\left(\widehat{ADB}\right) = 90^\circ$. Deoarece $[BD =$ bis. $\widehat{ABC}$, $[DB =$ bis. $\widehat{ADQ} \Rightarrow m\left(\widehat{BAC}\right) = 90^\circ$ 1p

Avem $AP = a, AQ = 2a, BC = 4a$.

I. Dacă $Q = mijl.[BC] \Rightarrow BQ = \frac{BC}{2} = 2a$. Din $AB = BQ = AQ \Rightarrow \triangle ABQ$ echilateral $\Rightarrow m\left(\widehat{B}\right) = 60^\circ, m\left(\widehat{C}\right) = 30^\circ$ 1p

II. Dacă $Q \neq M, M$ mijlocul lui $[BC]$ atunci avem:

$AQ = 2a, AM = 2a$ deoarece $AM = \frac{BC}{2}$. $[AQ] = [AM] \Rightarrow \triangle AQM$ isoscel, $[QM]$ bază $\Rightarrow \widehat{AQM} \equiv \widehat{AMQ}$ 1p

Notăm $m\left(\widehat{DBC}\right) = x$. Avem: $m\left(\widehat{AQM}\right) = 90^\circ + x$

$m\left(\widehat{AMQ}\right) = m\left(\widehat{AMB}\right) = 180^\circ - 4x \quad (MB = MA = 2a)$ 1p

Din $90^\circ + x = 180^\circ - 4x \Rightarrow 5x = 90^\circ \Rightarrow x = 18^\circ$ Avem $m\left(\widehat{ABC}\right) = 36^\circ, m\left(\widehat{ACB}\right) = 54^\circ$....2p

Din oficiu 1p. Total 10p

CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ

"PITAGORA – Memorial Constantin Saraolu" – EDIŢIA A XVI-A

Proba individuală – 17 mai 2013

Barem de corectare - Clasa a VII-a

Subiectul II

1. Rezolvaţi în $\mathbb{Z}$:

a) $|4x-1|=11$

b) $|5x+2|\le 3$

2. Aflaţi $a\in\mathbb{Z}$ ştiind că inecuaţia $|3x-2|\le a$ are exact trei soluţii numere întregi negative.

3. Fie $a,b\in\mathbb{Z}, a\ne b$. Arătaţi că, dacă inecuaţia $|x-a|+|x-b|\le 1$ are cel puţin o soluţie în $\mathbb{Z}$, atunci a şi b sunt prime între ele.

Prof. Drăgan Elena

Barem de corectare

1. a) $4x-1=11\Rightarrow x=3;\ 4x-1=-11\Rightarrow x=\frac{-5}{2}\notin\mathbb{Z}$ ……………………………….1p

b) $|5x+2|\le 3\Rightarrow -3\le 5x+2\le 3$ ……………………………………………………1p

$-5\le 5x\le 1\Rightarrow -1\le x\le\frac{1}{5}\Rightarrow x\in\{-1,0,1\}$ ……………………………………………..1p

2. $-a\le 3x-2\le a\Rightarrow \frac{2-a}{3}\le x\le\frac{a+2}{3}$ ………………………………………………..1p

Cum exact trei soluţii sunt numere întregi negative acestea sunt -3, -2 şi -1…………………………………………………………………………………………….0,50p

Avem condiţiile: $-4<\frac{2-a}{3}\le -3$ şi $\frac{a+2}{3}>-1$ ……………………………………1p

Obţinem $-12<2-a\le -9\Rightarrow 11\le a<14\ \Rightarrow a\in\{11,12,13\}$ ………………………..1p

3. $x\in\mathbb{Z}$

I. $\left.\begin{array}{l}|x-a|=0\Rightarrow x=a\\ |x-b|=0\Rightarrow x=b\end{array}\right.\Rightarrow a=b$ F. …………………………………………………1p

II. $\begin{array}{l}|x-a|=0\\ |x-b|=1\end{array}\Rightarrow\begin{array}{l}x=a\\ x=b+1\,sau\,x=b-1\end{array}$ ……………………………………………1p

$\left.\begin{array}{l}a=b+1\Rightarrow b\,şi\,a\,consecutive\\ a=b-1\Rightarrow a\,şi\,b\,consecutive\end{array}\right\}\Rightarrow$ a şi b sunt prime între ele……………………0,5p

Oficiu 1p

Total