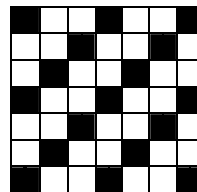


COLEGIUL NAȚIONAL "ȘTEFAN CEL MARE" SUCEAVA
CONCURSUL CENTRELOR DE EXCELENȚĂ
- 25 mai 2013 -

CLASA a V-a

1. Modelul din figura alăturată continuă în jos și la dreapta până se realizează un pătrat cu 100 de linii și 100 de coloane.
- a) Primul pătrățel de pe ultima linie va fi alb sau negru?
b) Câte pătrățele de fiecare culoare va avea întreg modelul?



Adrian Vieriu, Suceava

2. Suma a trei numere naturale este 2013. Un număr este de două ori mai mare decât altul, iar suma dintre unul din numere și triplul altuia este 2115. Determinați cele trei numere.

Cătălin Bărbuță, Vicovu de Sus

3. Să se arate că există cel puțin un multiplu de 37 care conține același număr de cifre de 2 și de 3 și are numai aceste cifre.

Vasile Solcanu, Bogdănești

CLASA a VI-a

1. Se consideră numărul $A = 1 + 2013 + 2013^2 + 2013^3 + \dots + 2013^{2013}$.

- a) Să se arate că A este divizibil cu 19;
b) Să se demonstreze că $A = \frac{2013^{2014} - 1}{2012}$.
c) Este $2012 \cdot A$ pătrat perfect?

Corneliu Huzum, Vrancea

2. Trei case sunt dispuse sub forma unui triunghi.

- a) Cum trebuie construită o șosea în linie dreaptă astfel încât distanțele de la fiecare casă la șosea să fie egale? Justificați.
b) Știind că perimetrul triunghiului este de 13 km și că fiecare latură este exprimată în km printr-un număr natural, câte astfel de triunghiuri necongruente există?

Mariana Liliana Popescu, Suceava

3. Să se determine numărul natural n de forma $n = 2^a \cdot 3^b$, $a, b \in \mathbb{N}$, știind că numărul $2n$ are cu trei divizori mai mulți ca n iar $3n$ are cu 4 divizori mai mulți ca n .

Mara Moroșan, Suceava

COLEGIUL NAȚIONAL "ȘTEFAN CEL MARE" SUCEAVA

CONCURSUL CENTRELOR DE EXCELENȚĂ

- 25 mai 2013 -

CLASA a VII-a

1. Să se demonstreze că pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2013$ are loc inegalitatea:

$$\left(1 - \frac{1}{2013^3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2014^3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{n^3}\right) > \frac{2012}{2013}.$$

2. a) Fie $x, y \in \mathbb{Q}_+^*$ astfel încât $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$. Arătați că $\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{4}{x+y}}$ este număr rațional.

b) Arătați că $\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} - 2\sqrt{2}$ este un număr rațional.

Ion Bursuc, Suceava

3. În triunghiul ABC , $D \in (BC)$ astfel încât $AC = AD + DB$. Dacă $m(\angle ADB) = 80^\circ$ și $m(\angle ACB) = 20^\circ$, determinați $m(\angle BAC)$.

Mircea Lascu, Marius Stănean, Zalău

CLASA a VIII-a

1. Fie numerele reale pozitive a, b, c care verifică relația $abc = 1$. Demonstrați că:

$$a) \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{(1+bc)^2}{(1+a)^2} + \frac{(1+ac)^2}{(1+b)^2} + \frac{(1+ab)^2}{(1+c)^2};$$

$$b) \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{1+a}{1+bc} + \frac{1+b}{1+ac} + \frac{1+c}{1+ab}.$$

G.M. 7-8-9/2009

2. Fie n un număr natural nenul și numerele $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{Z}$ având suma egală cu zero. Să se arate că numărul $x_1^{2013} + x_2^{2013} + \dots + x_n^{2013}$ este divizibil cu 6.

Cristian Amorăriței, Suceava

3. Se dă o piramidă patrulateră regulată SABCD. Dacă latura bazei, înălțimea piramidei și apotema piramidei au lungimile trei numere naturale consecutive, să se calculeze sinusul unghiului format de două fețe laterale opuse.

Vasile Solcanu, Bogdănești