

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a III-a – 18.05.2013

Clasa a XII-a 3 ore

| | |
|------------------------------------|--|
| Numele și Prenumele | |
| Școala | |

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Scrieți rezolvările complete la toate exercițiile.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5 p** 1. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ avem $a_2 + a_{10} = 22$. Calculați suma primilor 11 termeni ai progresiei.
- 5 p** 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = 3x - 1$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(1-x) > f(2+x)$.
- 5 p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 1} - x = 1$.
- 5 p** 4. Determinați numărul submulțimilor cu un număr impar de elemente ale unei mulțimi cu 7 elemente.
- 5 p** 5. Calculați modulul vectorului $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$.
- 5 p** 6. Calculați $\cos 40^\circ + \cos 120^\circ + \cos 140^\circ$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

- 1.** Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$.
- 5 p** a) Determinați numerele reale a și b pentru care $A^2 + aA + bI_2 = O_2$.
- 5 p** b) Calculați $A^{2013} - A^{2011}$.
- 5 p** c) Calculați $\det(A + A^2 + A^3 + A^4)$.
- 2.** Fie polinomul cu coeficienți reali $f = X^3 - 3X^2 + 5X - 1$ și x_1, x_2, x_3 rădăcinile sale.
- 5 p** a) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
- 5 p** b) Arătați că polinomul f are exact o rădăcină reală.
- 5 p** c) Calculați $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

- 1.** Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = e^x - x - 1$.
- 5 p** a) Rezolvați ecuația $f'(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5 p** b) Determinați punctele de extrem ale funcției f .
- 5 p** c) Demonstrați că funcția f este convexă pe domeniul de definiție.
- 2.** Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$.
- 5 p** a) Calculați $\int_1^2 \frac{1}{f(x)} dx$.
- 5 p** b) Calculați $\int_0^2 xf(x) dx$.
- 5 p** c) Calculați aria suprafeței mărginite de axele de coordonate, graficul funcției f și dreapta de ecuație $x = 1$.

Punctaj total 100 de puncte.