

## EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

**Etapă a III-a – 18.05.2013**

### **Barem de corectare și notare**

#### **Clasa a XII-a 3 ore**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

#### **Subiectul I**

1.	Avem $a_1 + a_{11} = a_2 + a_{10} = 22$ . (3p) Atunci $S_{11} = \frac{1}{2}(a_1 + a_{11}) \cdot 11 = 121$ . (2p)
2.	Inecuația este $3 - 3x - 1 > 6 + 3x - 1$ , (2p) de unde $x < -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ . (3p)
3.	Ecuția devine $x^2 + 1 = (x + 1)^2$ , $x \geq -1$ . (3p) Obținem $x = 0$ . (2p)
4.	Sunt $2^6 = 64$ de submulțimi. (5p)
5.	Modulul este $\sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$ . (5p)
6.	$\cos 140^\circ = \cos(180^\circ - 40^\circ) = -\cos 40^\circ$ (2p) și $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ . (2p) Suma este $-\frac{1}{2}$ . (1p)

#### **Subiectul II**

1.	a) $A^2 = I_2$ . (3p) Obținem $a = 0, b = -1$ . (2p)
	b) $A^{2013} - A^{2011} = A^{2011}(A^2 - I_2)$ (3p) = $O_2$ . (2p)
	c) $A + A^2 + A^3 + A^4 = 2(I_2 + A)$ (2p) = $\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$ (2p) $\Rightarrow \det(A + A^2 + A^3 + A^4) = 0$ . (1p)
2.	a) $x_1 + x_2 + x_3 = 3$ , (2p) $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 5$ , (2p) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 3^2 - 2 \cdot 5 = -1$ . (1p)
	b) Din punctul anterior deducem că $f$ nu are toate rădăcinile reale. (3p) Cum gradul lui $f$ este 3 rezultă că polinomul are cel puțin o rădăcină reală, (1p) de unde rezultă cerința (deoarece numărul rădăcinilor complexe nereale este par). (1p)
	c) $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) = f(1)$ (3p) = 2. (2p)

#### **Subiectul III**

1.	a) $f'(x) = e^x - 1$ . (3p) Ecuția are soluția $x = 0$ . (2p)
	b) $x = 0$ este punct de minim, conform tabelului de variație a funcției $f$ . (5p)
	c) $f''(x) = e^x > 0$ , (3p) deci $f$ este convexă. (2p)

<b>2.</b>	<b>a)</b> $\int_1^2 \frac{1}{f(x)} dx = \int_1^2 \left( x + \frac{4}{x} \right) dx$ <b>(1p)</b> $= \left( \frac{x^2}{2} + 4 \ln x \right) \Big _1^2$ <b>(2p)</b> $= \frac{3}{2} + 4 \ln 2$ . <b>(2p)</b>
	<b>b)</b> $\int_0^2 xf(x) dx = \int_0^2 \frac{x^2}{x^2 + 4} dx$ <b>(1p)</b> $= \int_0^2 \left( 1 - \frac{4}{x^2 + 4} \right) dx$ <b>(1p)</b> $= \left( x - 2 \arctg \frac{x}{2} \right) \Big _0^2$ <b>(2p)</b> $= 2 - \frac{\pi}{2}$ <b>(1p)</b>
	<b>c)</b> Aria este $\int_0^1 f(x) dx$ . <b>(1p)</b> Cu substituția $t = x^2 + 4$ , $dt = 2x dx$ , <b>(1p)</b> obținem $\frac{1}{2} \int_4^5 \frac{dt}{t}$ <b>(2p)</b> $= \frac{1}{2} \ln \frac{5}{4}$ . <b>(1p)</b>

- **Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.**