

Numele și Prenumele	
Școala	

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a III-a – 18.05.2013

Clasa a XII-a 4 ore

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

Scrieți rezolvările complete la toate exercițiile.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5 p** 1. Calculați modulul numărului complex $z = -3 - 4i$.
- 5 p** 2. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = x^2 - 3x + 3$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x) = f(2)$.
- 5 p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x - 2^x = -\frac{1}{4}$.
- 5 p** 4. Calculați $C_8^5 - C_7^5 - C_7^3$.
- 5 p** 5. Fie vectorii $\overrightarrow{AB} = \vec{i} - 2\vec{j}$ și $\overrightarrow{AC} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. Calculați modulul vectorului \overrightarrow{CB} .
- 5 p** 6. Fie $a \in (\pi, 2\pi)$ cu $\cos a = \frac{1}{3}$. Calculați $\sin 2a$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

- 1.** Fie sistemul liniar
$$\begin{cases} x + 3y - z = 4 \\ 2x - y + 2z = 1 \\ 3x + my + z = 5 \end{cases}$$
, unde m este un parametru real.
- 5 p** a) Calculați determinantul matricei sistemului.
- 5 p** b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul are soluția $(1, 1, 0)$.
- 5 p** c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul are o infinitate de soluții.
- 2.** Fie polinomul cu coeficienți reali $f = X^{25} + 3X^3 - X^2 + mX + 1$, unde m este un număr real.
- 5 p** a) Determinați valorile reale ale lui m pentru care polinomul f se divide cu $X + 1$.
- 5 p** b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care câtul c al împărțirii polinomului f la $X - 1$ verifică $c(1) = 2$.
- 5 p** c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care restul împărțirii polinomului f la $X^2 + 1$ să aibă gradul 0.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

- 1.** Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$.
- 5 p** a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5 p** b) Arătați că funcția f este descrescătoare pe domeniul de definiție.
- 5 p** c) Arătați că dreapta de ecuație $y = -2x$ este asimptotă la graficul lui f către $-\infty$.
- 2.** Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$.
- 5 p** a) Calculați $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx$.
- 5 p** b) Calculați $\int_{-1}^1 f(x) dx$.
- 5 p** c) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} xf(x) dx$.

Punctaj total 100 de puncte.