

**EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ****Etapa a III-a – 18.05.2013****Barem de corectare și notare****Clasa a X-a 4 ore****Subiectele I și II**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. Item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Răspunsul	A	B	C	B	C	B	C	A	C	E

Nr. Item	II.1.	II.2.	II.3.	II.4.	II.5.	II.6.	II.7.	II.8.	II.9.	II.10.
Răspunsul	5	13	5	6	240	9	8	64	28	3

**Subiectul III**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

<b>1.</b>	<p>Avem <math>(5 + \sqrt{26})^n + (5 - \sqrt{26})^n = 2a_n, a_n = 2 \sum_{k \geq 0} C_n^{2k} 5^{n-2k} 26^k \in \mathbb{Z}. (1p)</math></p> <p>Dacă <math>n</math> este număr par nenul, din <math>0 &lt; (5 - \sqrt{26})^n &lt; 1</math> rezultă <math>2a_n - 1 &lt; (5 + \sqrt{26})^n &lt; 2a_n</math>, deci <math>2a_n - 1 = \left\lfloor (5 + \sqrt{26})^n \right\rfloor</math>. Atunci <math>n + \left\lfloor (5 + \sqrt{26})^n \right\rfloor = 2a_n - 1 + n</math> este număr impar, ceea ce trebuia arătat. <b>(2p)</b></p> <p>Dacă <math>n</math> este număr impar, cum <math>-1 &lt; (5 - \sqrt{26})^n &lt; 0</math> rezultă <math>2a_n &lt; (5 + \sqrt{26})^n &lt; 2a_n + 1</math>, deci <math>2a_n = \left\lfloor (5 + \sqrt{26})^n \right\rfloor</math>. Atunci <math>n + \left\lfloor (5 + \sqrt{26})^n \right\rfloor = 2a_n + n</math> este număr impar, ceea ce trebuia arătat. <b>(2p)</b></p>
<b>2.</b>	<p>Problema revine la a determina numărul de triplete <math>(i, j, k)</math> din mulțimea <math>\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}</math>, unde indicii <math>i &lt; j &lt; k</math> sunt oricare doi neconsecutivi, <b>(1p)</b> cu alte cuvinte, la a determina numărul de triplete <math>(i, j, k)</math> din mulțimea <math>\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}</math> cu <math>i &lt; j - 1 &lt; k - 2</math>. <b>(2p)</b></p> <p>Numărul acestor triplete este egal cu numărul tripletelor <math>(a, b, c)</math>, <math>a = i &lt; b = j - 1 &lt; c = k - 2</math> din mulțimea <math>\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}</math> <b>(1p)</b>, deci sunt <math>C_8^3 = 56</math> de triplete. <b>(1p)</b></p>

- Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.