

**SIMULARE EVALUARE NAȚIONALĂ, 2013**

Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

**SUBIECTUL I (30 puncte) Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele**

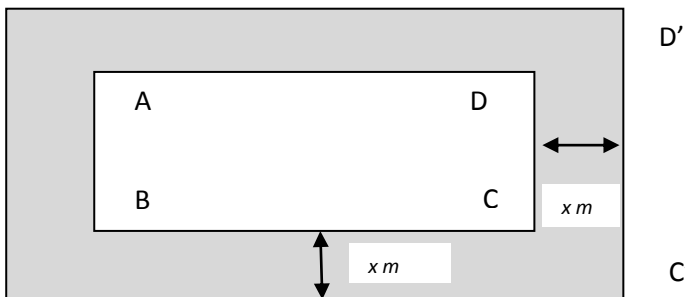
- 5p 1. Rezultatul calculului  $24 + 6 \cdot (5^2 - 4^2)$  este.....
- 5p 2. Mulțimea  $(-2, 2] \cap Z = \{.....\}$
- 5p 3. Dacă  $\frac{x}{5} = \frac{0,4}{2}$  atunci  $x = .....$
- 5p 4. Într-un coș sunt 6 mingi galbene și 12 mingi albe de tenis. Probabilitatea ca extrăgând o minge albă este.....
- 5p 5.  $\triangle ABC$  este isoscel cu  $AB = AC = 4$  cm și  $BC = 2$  cm. Aria  $\triangle ABC$  este egală cu .....  $\text{cm}^2$ .
- 5p 6. Dacă într-un cub suma tuturor muchiilor este egală cu 72 cm atunci lungimea muchiei cubului este de .....cm.

**SUBIECTUL II (30 puncte) Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete**

- 5p 1. Desenați pe foaia de examen o piramidă triunghiulară regulată cu vârful  $V$  și baza  $MNP$ .
- 5p 2. Suma a două numere este 182. Împărțind unul dintre numere la celălalt se obține câtul 4 și restul 2. Aflați cele două numere.
3. Fie expresia  $E(x) = \left( \frac{1}{x} + \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1} : \frac{x}{x+1} \right) : \frac{x-2}{2}$ .
- 5p a) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui  $x$  pentru care expresia  $E(x)$  are sens.
- 5p 4. O persoană cheltuiește o sumă de bani în trei zile astfel: în prima zi cheltuiește două treimi din sumă și încă 15 lei, a doua zi cheltuiește 40% din rest, iar a treia zi cheltuiește cât i-a mai rămas, adică 27 lei. Aflați ce sumă a avut inițial persoana.
- 5p 5. Descompuneți în factori primi numerele  $a = 2025$ ,  $b = 1250$ ,  $c = 3600$  și apoi demonstrați că  $a - b + c$  este divizibil cu  $5^4$ .

**SUBIECTUL III (30 puncte) Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete**

1. Figura alăturată reprezintă schema unui teren de fotbal sintetic care are forma dreptunghiului  $ABCD$ , unde  $AB = 55$  m și  $AD = 100$  m. Porțiunea hașurată reprezintă zona dintre marginile terenului și gardul ce-l înconjoară, lățimea acestuia fiind de  $x$  m.
- 5p a) Exprimați în funcție de  $x$  aria  $A'$  porțiunii hașurate.
- 5p b) Pentru ce valoare a lui  $x$  perimetrul dreptunghiului  $A'B'C'D'$  este de 318 m?
- 5p c) Știind că prețul unui  $m^2$  de teren construit este de 25 euro și că firma care-l realizează acordă în final o reducere de 10% beneficiarului, care este costul final al terenului?



2. Fie  $SABCD$  o piramidă patrulateră regulată în care  $AB = 6\sqrt{2}cm$ ,  $SA = 3\sqrt{6}cm$ ,  $O$  centrul bazei și  $M$  proiecția punctului  $O$  pe  $SC$ .

5p

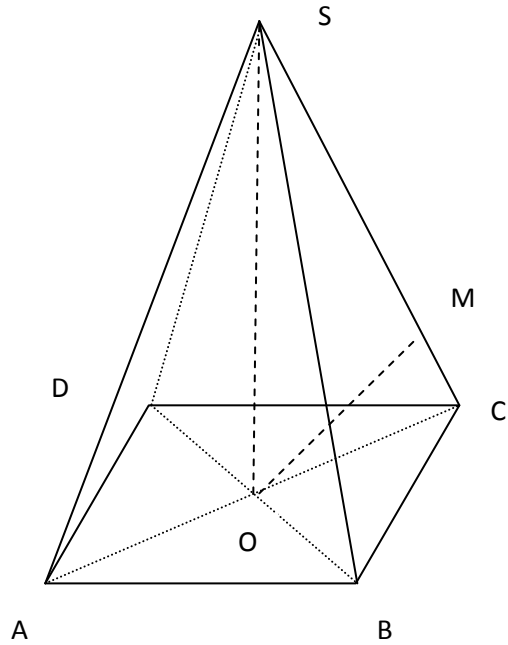
a) Calculați lungimea înălțimii piramidei.

5p

b) Calculați lungimea segmentului  $OM$ .

5p

c) Calculați cosinusul unghiului dintre planele  $(MBD)$  și  $(ABC)$



**SIMULARE EVALUARE NAȚIONALĂ, 2013**

**SUBIECTUL I**

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte (dacă este corect), fie 0 puncte (dacă este greșit).

Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I (30 puncte)**

---

1	78	5p
2	$\{-1, 0, 1, 2\}$	5p
3	$x = 1$	5p
4	$P = \frac{2}{3}$	5p
5	$\sqrt{15}$	5p
6	6	5p

**SUBIECTUL II (30 puncte)**

---

1	Desenează piramida  Notează piramida	4p  1p
2	Stabilește necunoscutele și formează ecuațiile $a + b = 182$ și $a : b = 4$ rest 2  Din $a : b = 4$ rest 2 obține $a = 4b + 2$  Înlocuiește în prima relația și obține $4b + 2 + b = 182$  $5b = 180 \Rightarrow b = 36$  $a + 36 = 182 \Rightarrow a = 146$	1p  1p  1p  1p  1p
3a)	Descompune $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$  $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$  $E(x) = \left( \frac{1}{x} + \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1} : \frac{x}{x + 1} \right) : \frac{x - 2}{2} = \left( \frac{1}{x} + \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x + 1)^2} \cdot \frac{x + 1}{x} \right) \cdot \frac{2}{x - 2} =$ $= \left( \frac{1}{x} + \frac{x - 1}{x} \right) \cdot \frac{2}{x - 2} = \frac{1 + x - 1}{x} \cdot \frac{2}{x - 2} = \frac{x}{x} \cdot \frac{2}{x - 2} = \frac{2}{x - 2}$	1p  1p  1p  2p
b)	Impune condițiile $x \neq 0$ , $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$ , $x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$	3p

	$E(x)$ are sens pentru $x \in R \setminus \{-1,0,2\}$	2p
4	<p>Stabilește necunoscuta ca fiind <math>x</math> și formează relațiile matematice</p> $I \text{ zi} = \frac{2}{3}x + 15$ <p>calculează restul <math>= x - \left(\frac{2}{3}x + 15\right) = \frac{x}{3} - 15</math></p> $II \text{ zi} = 40\% \left(\frac{x}{3} - 15\right) = \frac{40}{100} \left(\frac{x}{3} - 15\right) = \frac{2}{5} \left(\frac{x}{3} - 15\right) = \frac{2x}{15} - 6$ $III \text{ zi} = 27$ $x = \frac{2}{3}x + 15 + \frac{2x}{15} - 6 + 27$ $x - \frac{2x}{3} - \frac{2x}{15} = 36$ $\frac{15x - 10x - 2x}{15} = 36 \Rightarrow \frac{3x}{15} = 36 \Rightarrow x = 180$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
5	$a = 3^4 \cdot 5^2$ $b = 2 \cdot 5^4$ $a = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ $a - b + c = 4375 = 5^4 \cdot 7 \text{ divizibil cu } 5^4$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>

### SUBIECTUL III (30 puncte)

1 a)	$Aria_{A'B'C'D'} = (100 + 2x)(55 + 2x) = 4x^2 + 310x + 5500$ $Aria_{ABCD} = 100 \cdot 55 = 5500$ $Aria_{has} = Aria_{A'B'C'D'} - Aria_{ABCD} =$ $= (100 + 2x)(55 + 2x) - 100 \cdot 55$ $= 4x^2 + 310x$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
1b)	$P_{A'B'C'D'} = 2(100 + 2x) + 2(55 + 2x) =$ $= 310 + 8x$ $310 + 8x = 318 \Rightarrow 8x = 8 \Rightarrow x = 1$	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
1c)	$Aria_{teren} = 100m \cdot 55m = 5500m^2$ <p>Prețul fără reducere este <math>5500 \cdot 25 = 137500</math> euro</p> <p>Reducerea este de <math>10\% \cdot 137500 = 13750</math> euro</p> <p>Prețul final este <math>137500 - 13750 = 123750</math> euro</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>

2a)	<p><math>SO</math> înălțimea piramidei</p> $OA = \frac{AC}{2} = \frac{l\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 6, OA = 6cm$ <p>În triunghiul <math>SOA</math>, <math>m(\angle SOA) = 90^\circ</math> avem <math>SO^2 = SA^2 - OA^2 = (3\sqrt{6})^2 - 6^2 = 18</math></p> <p>Deci <math>SO = 3\sqrt{2}cm</math></p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
2b)	<p><math>OM</math> înălțime în triunghiul dreptunghic <math>SOC</math>.</p> $OM = \frac{SO \cdot OC}{SC}$ $OM = \frac{3\sqrt{2} \cdot 6}{3\sqrt{6}}$ $OM = 2\sqrt{3}cm$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
2c)	<p><math>(MBD) \cap (ABC) = BD</math></p> <p><math>\triangle MBD</math> isoscel <math>\Rightarrow MO</math> perpendicular pe <math>BD</math></p> <p><math>ABCD</math> pătrat deci <math>CO</math> perpendicular pe <math>BD</math></p> <p>Așadar unghiul dintre planele <math>(MBD)</math> și <math>(ABC)</math> este unghiul <math>MOC</math></p> <p>În triunghiul <math>OMC</math>, <math>m(\angle OMC) = 90^\circ</math> deci <math>\cos(\angle MOC) = \frac{MO}{OC}</math></p> $\cos(\angle MOC) = \frac{MO}{OC} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>