INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI OLT
CASA CORPULUI DIDACTIC-OLT
ŞCOALA „GH. POPESCU" MĂRGINENI-SCORNICEŞTI

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

Concursul Național de Matematică "Magia Numerelor"

din cadrul Proiectului Național "Magia numerelor" ediția a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS* ***(nr. 28 962 din 18.02.2011)***

7 mai 2011

Clasa a III-a

Subiectul 1..10 puncte

Fie numerele: 15, 81, 67, 7, 20. Determinați următoarele 3 numere.

Prof. Marinela PREOTEASA

Subiectul 2..20 puncte

Ema are în cinci plicuri mari câte patru plicuri mijlocii, iar în fiecare dintre acestea câte 10 plicuri mici.

a) Câte plicuri are Ema?

b) Ema dă fratelui său trei plicuri mijlocii împreună cu conținutul lor. Câte plicuri îi rămân Emei?

Prof. învăț. primar Dumitra IVAN

Subiectul 3..30 puncte

La o crescătorie de păsări sunt 125 de curci, cu 135 mai multe gâşte, rațe cât curci şi gâşte la un loc, iar restul până la 980 sunt găini.

Câte găini sunt la crescătorie?

Prof. învăț. primar Lilian CELMARE

Subiectul 4..30 puncte

Suma a 4 numere consecutive impare este cel mai mare număr scris cu trei cifre pare diferite. Să se afle numerele

Prof. Mihaela GAVRILĂ

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 2 ore.

Concursul Naţional de Matematică "Magia Numerelor"

din cadrul Proiectului Naţional "Magia numerelor" ediţia a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (* ***nr. 28 962 din 18.02.2011****)*

7 mai 2011

Clasa a IV-a

Subiectul 1...10 puncte

Aflaţi pe „a":

$2011 - (7 \times 9 - a \times 3 - 15 : 5 \times 13) = 1996$

Prof. Ana-Maria JIANU

Subiectul 2...20 puncte

O magnolie, un cireş şi un trandafir costă 53 lei.

a) Cât costă fiecare dacă preţul cireşului este de 3 ori mai mic decât preţul magnoliei, iar din preţul cireşului se pot cumpăra 2 trandafiri şi mai rămân 2 lei?

b) Aranjaţi în ordine descrescătoare cele trei preţuri.

Prof. învăţ. primar Dumitra IVAN

Subiectul 3...30 puncte

Un ţăran are 8 oi, 2 cai şi 4 vaci. Cantitatea de 854 kg de fân îi ajunge pentru o săptămână. Dacă o oaie consumă într-o zi 5 kg de fân iar un cal 15 kg de fân, aflaţi câte kilograme de fân consumă zilnic o vacă?

Prof. învăţ. primar Lilian CELMARE

Subiectul 4...30 puncte

Reconstituiţi următoarele operaţii:

Prof. Marinela PREOTEASA

a)
$$\begin{array}{r} ARIA\ + \\ AIRA \\ \underline{RIAA} \\ 8196 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} MARA\ \cdot \\ \underline{AR} \\ 6R9R \\ \underline{2ARA\ \ } \\ M77OR \end{array}$$

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 2 ore.

Concursul Naţional de Matematică "Magia Numerelor"

din cadrul Proiectului Naţional "Magia numerelor" ediţia a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (**nr. 28 962 din 18.02.2011**)*

7 mai 2011

Clasa a V-a

Subiectul 1..10 puncte

Să se demonstreze că numărul $n = 2^{40} - 3^{40}$ se divide cu 5.

Prof. Laura COJOCARU, Olt

Subiectul 2..20 puncte

Suma a două numere naturale consecutive mărită cu produsul lor este 71.
Aflaţi numerele.

Prof. Adina Florina POPESCU, Argeş

Subiectul 3..30 puncte

a) Într-o familie sunt 3 persoane. Când s-a născut fiica, tatăl avea 25 de ani. Acum, cei trei au împreună 92 de ani. Ştiind că peste 7 ani vârsta mamei va fi dublul vârstei fiicei, aflaţi ce vârstă are fiecare în prezent.

b)Determinaţi numerele $\overline{abc}$, unde a, b, c, d sunt cifre în baza 10, ştiind că se verifică egalitatea $\overline{abcd}=\overline{cabd}+4860$.

Prof. Liliana ANTONESCU, Argeş

Subiectul 4..30 puncte

Determinaţi restul împărţirii numărului $A = 3^0 + 3^1 + 3^2 + ... + 3^{2011}$ la numărul 11.

Prof. Victoria NEGRILĂ, Olt

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

Concursul Naţional de Matematică "Magia Numerelor"

din cadrul Proiectului Naţional "Magia numerelor" ediţia a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (**nr. 28 962 din 18.02.2011**)*

7 mai 2011

Clasa a VI-a

Subiectul 1...10 puncte

Determinaţi x, y astfel încât

a) $\overline{xoy} \cdot \overline{yy} = \overline{xxyy}$

b) $\overline{xoy} + \overline{yox} = 707$

Prof. Marinela PREOTEASA, Olt

Subiectul 2...20 puncte

Elevii unei şcoli au organizat o excursie. La plecare s-a constatat că dacă în fiecare autocar s-ar urca 22 de elevi atunci un elev nu ar avea loc. Un autocar nu a plecat pentru că s-a defectat. Toţi elevi au fost repartizaţi în mod egal în autocarele rămase. Câţi elevi au plecat în excursie şi care a fost numărul iniţial de autocare ?

Prof. Iuliana TRAŞCĂ, Olt

Subiectul 3...30 puncte

a) Fie punctele A, B, C, D coliniare în această ordine. Ştiind că $AC = 2^{99} + 4^{49}$ şi că două treimi din lungimea segmentului [BD] sunt egale cu $4^{50} - 2^{99}$, arătaţi că segmentele [AD] şi [BC] au acelaşi mijloc.

b) Prin I, centrul cercului înscris într-un triunghi ABC, construim $MN \parallel BC$, $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ Arătaţi că $p_{\Delta AMN} = AB+AC$

Prof.Liliana ANTONESCU, Argeş

Subiectul 4...30 puncte

Fie triunghiul isoscel ABC cu AB=AC, M, P şi Q mijloacele laturilor BC, AB, respectiv AC, iar F simetricul lui M faţă de P şi E simetricul lui M faţă de punctul Q.

Arătaţi că:

a) Unghiul EAF este alungit.

b) $QP \parallel AF \parallel BC$

c) Dacă G_1 şi G_2 sunt centrele de greutate ale triunghiurilor ABC, respectiv MEF arătaţi că $AG_2=G_1G_2=G_1M=\dfrac{AM}{3}$

Prof.Victoria NEGRILĂ,Olt

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

Concursul Naţional de Matematică "Magia Numerelor"

din cadrul Proiectului Național "Magia numerelor" ediția a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (* ***nr. 28 962 din 18.02.2011)***

7 mai 2011

Clasa a VII-a

Subiectul 1..10 puncte

Se dau numerele $x = 2^{34} + 2^{14} + 1$ şi $y = 2^{33} + 2^{13}$

Să se afle cel mai mare divizor comun al numerelor x şi y.

Prof. Claudia POPA, Buzău

Subiectul 2..20 puncte

Arătați că: $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + ... + \sqrt{2011} \leq \dfrac{2011 \cdot 2014}{4}$

Prof. Marilena NUȚĂ, Olt

Subiectul 3..30 puncte

Fie A= $(\sqrt{3} + 1)(1 - a\sqrt{3})$

a) Determinați numărul rațional ,,a" astfel încât A să fie rațional.

b) Arătăți că există o infinitate de valori iraționale ale lui ,,a" astfel încât A să fie număr rațional.

Prof. Carmen NICOLAE, Argeş

Subiectul 4..30 puncte

Fie pătratul ABCD şi O centrul său. Punctele E, F, G, H sunt respectiv mijloacele segmentelor [CD], [CO], [AB] şi [AE], iar GF ∩ BD = {M}.

a. Arătați că [MG] ≡[MF].

b. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului FGH.

Prof. Mariana RĂDULESCU, Argeş

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore

Concursul Național de Matematică “Magia Numerelor”

din cadrul Proiectului Național “Magia numerelor” ediția a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (**nr. 28 962 din 18.02.2011**)*

7 mai 2011

Clasa a VIII-a

Subiectul 1..10 puncte

Numerele naturale a,b,c sunt dimensiunile unui paralelipiped dreptunghic. Arătați că dacă

$\frac{1}{a(a-b)(a-c)}-\frac{1}{b(a-b)(b-c)}+\frac{1}{c(a-c)(b-c)}\in\mathbb{N}$ atunci paralelipipedul este cub.

Prof. Mirela CELMARE, Olt

Subiectul 2..20 puncte

Rezolvați în $\mathbb{R}$ inecuația:

$\sqrt{576-(2-9x)^{2010}}+\sqrt{289-(3-18y)^{2010}}\geq 41.$

Prof. Iuliana TRAŞCĂ,Olt

Prof. Nicoleta BORCEA, Vâlcea

Subiectul 3..30 puncte

Fie expresia $E(x)=\frac{11\left[(x+5)(x+6)+3(x+4)+6\right]}{(x+7)^3-x-7}$.

a) Determinați $x\in\mathbb{R}$ pentru care E(x) are valoarea definită;

b) Arătați că $E(x)=\frac{11}{x+7}$;

c) Determinați $a\in\mathbb{R}$ pentru care $E(a)\in\mathbb{Z}$;

d) Rezolvați ecuația $9-E(x)=-2$.

e) Determinați $x\in\mathbb{R}$ pentru care $E(x)>10$.

Prof. Dumitru SĂVULESCU, Bucureşti

Subiectul 4..30 puncte

Pe planul paralelogramului *ABCD* cu $AB = a$ (cm) , $AD = 2a$ (cm) şi $m(\angle BAD) = 120°$ se ridică perpendiculara $AP = a\sqrt{3}$ (cm) . Dacă *DN* este bisectoarea unghiului $\angle ADC$, $N\in AB$, să se determine:

a) distanța de la punctul *A* la planul (*PND*)

b) distanța de la punctul *N* la dreapta *PC* .

Prof. Marius ANTONESCU, Argeş

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

Concursul Naţional de Matematică "Magia Numerelor"

din cadrul Proiectului Naţional "Magia numerelor" ediția a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (**nr. 28 962 din 18.02.2011**)*

7 mai 2011

Clasa a IX-a M1

Subiectul 1..10 puncte

Să se rezolve ecuația: $3\cdot\cos x=7x^2+2x+5$

Prof. Elena CHIȚU, Olt

Subiectul 2..20 puncte

Dacă $x+y+z=6$, $xy+yz+xz=9$, atunci $x, y, z\in[0,4]$.

Inspector Şcolar de Specialitate
Prof. Delia Ileana NAIDIN

Subiectul 3..30 puncte

Să se determine valorile parametrului real a, pentru care soluțiile x_1, x_2 ale ecuației $(x-a)^2=x+a^2-a-1$ verifică relațiile: $0\le\frac{x_1}{x_2}-\sqrt{2}+1\le 2$.

Prof. Iuliana TRAŞCĂ,Olt

Subiectul 4..30 puncte

Pe laturile AB şi AC ale triunghiului ABC se consideră punctele D şi respectiv E, astfel încât $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}=0$. Fie T intersecția dreptelor DC şi BE.

Să se determine α real astfel încât $\overrightarrow{TB}+\overrightarrow{TC}=\alpha\overrightarrow{TA}$

Gazeta Matematică

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.

Concursul Naţional de Matematică “Magia Numerelor”

din cadrul Proiectului Național “ Magia numerelor” ediția a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (**nr. 28 962 din 18.02.2011**)*

7 mai 2011

Clasa a X-a M1

Subiectul 1..10 puncte

Fie $z_1=a+bi\in\mathbb{C}$, $b>0$ şi $z_2=\dfrac{1-\overline{z_1}}{1+\overline{z_1}}$ două numere complexe astfel încât z_1-z_2 şi $z_2^{\,2}$ sunt numere reale. Arătați că $z_1=z_2=i$.

Inspector Şcolar de Specialitate
Prof. Aurelia STANCIU

Subiectul 2..20 puncte

Să se rezolve în $\mathbb{Z}$ ecuația: $2^{x+1}=x^2+x+2$

Prof. Elena CHIȚU, Olt

Subiectul 3..30 puncte

Consideram ecuația $\left(1+\dfrac{1}{x_1}\right)\cdot\left(1+\dfrac{1}{x_2}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\dfrac{1}{x_n}\right)=2\in\mathbb{N}^*$ cu necunoscutele $x_1,\ x_2,\ldots,\ x_n\in\mathbb{N}^*$.

a) Determinați toate soluțiile pentru n=2 şi n=3.
b) Arătați că ecuația are soluții pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$

Inspector Şcolar de Specialitate
Prof. Delia Ileana NAIDIN

Subiectul 4..30 puncte

Fie triunghiul ABC şi punctele $M\in(BC)$, $N\in(CA)$, $P\in(AB)$ astfel încât $\dfrac{AP}{PB}=\dfrac{BM}{MC}=\dfrac{CN}{NA}$. Să se arate că dacă triunghiul MNP este echilateral, atunci triunghiul ABC este echilateral

***

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.

Concursul Naţional de Matematică "Magia Numerelor"

din cadrul Proiectului Naţional " Magia numerelor" ediţia a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (**nr. 28 962 din 18.02.2011**)*

7 mai 2011

Clasa a XI-a M1

Subiectul 1..10 puncte

Determinaţi funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, derivabile, pentru care:

$f(x+y)=f(x)+f(y)-2xy,\ (\forall)\ x, y\in\mathbb{R}$

Prof. Elena CHIŢU, Olt

Subiectul 2..20 puncte

Fie $P(x)=\sum_{k=0}^{7}x^k$, cu rădăcinile $x_1, x_2,..., x_7$ şi $T=\sum_{k=1}^{7}\frac{10}{x_k-7}$. Ce valoare are T ?

Inspector Şcolar de Specialitate
Prof. Delia Ileana NAIDIN

Subiectul 3..30 puncte

Fie $(x_n)_{n\geq 1}$ un şir de numere definit de $x_1=2,\ x_{n+1}=\sqrt{x_n+\frac{1}{n}}$, pentru toţi $n\geq 1$. Arătaţi că $\lim_{x\to\infty}x_n=1$ şi calculaţi $\lim_{x\to\infty}(x_n)^n$

***

Subiectul 4..30 puncte

Se consideră funcţia $f:[1,\infty)\leftarrow[0,\infty),\ f(x)=\sqrt{x-\sqrt{9x^2-(3x-1)^2-4x}}$

a) Arătaţi că f este strict crescătoare.

b) Arătaţi că f este bijectivă; Determinaţi $x_0\in[1,\infty)$ asfel încât $f'(x_o):f'(41)=\frac{9}{7}$

c) Calculaţi $f^{-1}(10\sqrt{2})$)

Prof. Iuliana TRAŞCĂ, Olt

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.

Concursul Naţional de Matematică “Magia Numerelor”

din cadrul Proiectului Naţional “ Magia numerelor” ediţia a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (**nr. 28 962 din 18.02.2011**)*

7 mai 2011

Clasa a XII-a-M1

Subiectul 1..10 puncte

Se consideră şirul $(u_n)_{n\geq 0}$ definit astfel: $\begin{cases} u_0=14 \\ u_{n+1}=5u_n-6,\ (\forall)\ n\in\mathbb{N} \end{cases}$

a) Arătaţi că $(\forall)\ n\in\mathbb{N},\ u_{n+2}\equiv u_n\ (\mathrm{mod}\, 4)$

b) Deduceţi că pentru $(\forall)\ k\in\mathbb{N},\ u_{2k}\equiv 2\ (\mathrm{mod}\, 4)$ şi $u_{2k+1}\equiv 0\ (\mathrm{mod}\, 4)$

Prof. Daniela BURTOIU, Argeş

Subiectul 2..20 puncte

Să se rezolve în corpul claselor de resturi modulo 5, ecuaţia matriceală $X^2+X=\begin{pmatrix}\hat{1} & \hat{3}\\ \hat{0} & \hat{2}\end{pmatrix}$

Prof. Daniela-Nadia TACLIT,Olt

Subiectul 3..30 puncte

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, cu proprietăţile: $x\leq f(x),\ \forall\ x\in\mathbb{R}$ şi $f(x)+f(y)\leq f(x+y),\ \forall\ x,y\in\mathbb{R}$.

Calculaţi $\sqrt[3]{I+\frac{1}{27}}$, unde $I=\int_0^1\left(\frac{f^3(x+1)}{x+1}-f^2(-x-1)\right)dx$

Inspector Şcolar de Specialitate
Prof. Delia Ileana NAIDIN

Subiectul 4..30 puncte

Considerăm şirul $I_n=\int_{arctg\,0}^{arctg\,1}\left(\frac{\sin 2x}{2\cos^2 x}\right)^{2n}dx$.

(a) Să se studieze monotonia, mărginirea şi convergenţa şirului I_n

b) Să se arate că $I_{n+1}+I_n=\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\ldots+\frac{n}{3}}{1^2+2^2+\ldots+n^2}$

c) Calculaţi $\lim_{n\to\infty} I_n$

Prof. Iuliana TRAŞCĂ,Olt

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI OLT
CASA CORPULUI DIDACTIC-OLT
ŞCOALA „GH. POPESCU” MĂRGINENI-SCORNICEŞTI

MINISTERUL
EDUCAŢIEI
CERCETĂRII
TINERETULUI
ŞI SPORTULUI

Concursul Naţional de Matematică “Magia Numerelor”

din cadrul Proiectului Naţional “ Magia Numerelor” ediţia a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (**nr. 28 962 din 18.02.2011**)*

7 mai 2011

Clasa a IX-a M2

Subiectul 1..10 puncte

a) Aflaţi a 2011-a zecimală a nr. $\frac{1}{14}$;

b) Dacă x,y$\in$ **R** şi $|x-2010|<2011$ şi $|y-2011|<2010$ arătaţi că $0<x+y<8042$;

c) Calculaţi A={x$\in$ **Z**/ $2x^2-3x+1=0$} $\cap$ { x$\in$ **R**/ $\left[\frac{x-1}{2}\right]=0$ }.

Prof. Valentin SMARANDACHE, Vâlcea
Prof. Nicoleta BORCEA, Vâlcea

Subiectul 2..20 puncte

Să se determine $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ştiind că $\underbrace{f\circ f\circ\ldots\circ f}_{2011\text{ termeni}}=x+4022$.

Prof. Adrian STAN, Buzău

Subiectul 3..30 puncte

Fie M, N, P punctele de tangenţă ale cercului înscris în triunghiul ABC cu laturile [AB], [BC] respective [CA]. Dacă I este centru cercului şi $\vec{IM}+\vec{IN}+\vec{IP}=\vec{0}$ arătaţi că triunghiul ABC este echilateral.

Prof. Dumitru SĂVULESCU, Bucureşti,
Prof. Lucian TUŢESCU, Craiova

Subiectul 4..30 puncte

Fie $ABB'A'$ un paralelogram şi fie C şi D mijloacele laturilor BB' si $A'B'$. Ştiind că $5\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{BD}$ arătaţi că :

a) Punctele A, E şi C sunt coliniare ;

b) Calculaţi $\frac{AE}{CE}$.

Prof. Valentin SMARANDACHE, Vâlcea
Prof. Cristian ROATĂ,Vâlcea

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.

Concursul Naţional de Matematică “Magia Numerelor”

din cadrul Proiectului Naţional “ Magia numerelor” ediţia a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (**nr. 28 962 din 18.02.2011**)*

7 mai 2011

Clasa a X-a M2

Subiectul 1..10 puncte

Fie planul raportat la un sistem de coordonate carteziene ortogonale xOy şi dreptele :

a : $3ax - 8y + 13 = 0$

b : $(a + 1)x - 2ay - 21 = 0$

Să se afle numărul real a, astfel încât dreptele a şi b să fie :

a) paralele;

b) perpendiculare;

c) dreptele a , b şi prima bisectoare să fie concurente.

Prof. Oana-Cristina KRISZTA, Olt

Subiectul 2..20 puncte

Rezolvaţi ecuaţia: $\dfrac{8^x + 27^x}{12^x + 18^x} = \dfrac{7}{6}$.

Inspector Şcolar de Specialitate
Prof. Aurelia STANCIU

Subiectul 3..30 puncte

Arătaţi că, indiferent de valorile parametrului real m, ecuaţia $9^x + m \cdot 3^{x+1} + 3m - 1 = 0$ nu poate avea două soluţii distincte.

Inspector Şcolar de Specialitate
Prof. Delia Ileana NAIDIN

Subiectul 4..30 puncte

Să se demonstreze că $\log_3(\log_2 3) + \log_2(\log_3 4) < 2$.

Prof. Adrian STAN, Buzău

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.

Concursul Naţional de Matematică "Magia Numerelor"

din cadrul Proiectului Naţional " Magia numerelor" ediţia a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (* ***nr. 28 962 din 18.02.2011****)*

7 mai 2011

Clasa a XI-a M2

Subiectul 1...10 puncte

Calculaţi limita:

a) $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{3}} \dfrac{\begin{vmatrix} x & 2x & 1 \\ 1 & x & 2x \\ 2x & 1 & x \end{vmatrix}}{9x^2-1}$.

Prof. Violeta BĂLAN, Olt

Subiectul 2...20 puncte

Se dă matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 1-2x & x \\ -6x & 1+3x \end{pmatrix}$, matrice pătratică de ordinul doi, cu elemente din $\mathbb{R}$.

a)Să se arate că: $A(x)\cdot A(y)=A(x+y+xy)$

b)Să se verifice că: $A^2(x)=A((x+1)^2-1)$

Prof. Florica DAVIDESCU,Olt

Subiectul 3...30 puncte

Fie matricea $A=\begin{pmatrix} a & 1 & a \\ a+1 & a & a-1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{R})$. Să se arate că ecuaţia

$X^{2012}+X^{2010}=A^{2011}$ nu are soluţii în $M_3(\mathbb{R})$.

Prof. Adrian STAN, Buzău

Subiectul 4...30 puncte

Să se determine valoarea lui $a\in\mathbb{R}$ astfel încât funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definită astfel:

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{|x-2011|\cdot e^{2011nx}+a(x+2011)^2}{e^{2011nx}+2011}$$ să fie continuă pe $\mathbb{R}$.

Prof. Andrei Octavian DOBRE, Ploieşti

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.

Concursul Național de Matematică "Magia Numerelor"

din cadrul Proiectului Național " Magia numerelor" ediția a II –a , *înscris în CAEN, avizat de MECTS (**nr. 28 962 din 18.02.2011**)*

7 mai 2011

Clasa a XII-a M2

Subiectul 1...10 puncte

În mulțimea $\mathbf{R}[X]$ se consideră polinoamele $f = 2X^3 - 3X^2 + 1$ şi $g = 2X^2 - 2X - 2$.

a) Găsiți câtul şi restul împărțirii polinomului f la polinomul g şi al lui g la f.

b) Demonstrați că dacă y e rădăcină a polinomului g atunci $y^3 = 2y + 1$.

c) Găsiți rădăcinile polinomului f.

Prof. Valentin SMARANDACHE, Vâlcea
Prof. Cristina SMARANDACHE, Vâlcea

Subiectul 2...20 puncte

Să se calculeze $\mathrm{I} = \int_{-1}^{1} \frac{\sin(\mathrm{narccox})}{\sqrt{1-\mathrm{x}^2}} \mathrm{dx},\ \mathrm{n} \in \mathbb{N}^*$

Prof. Daniela-Nadia TACLIT, Olt

Subiectul 3...30 puncte

Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}$ se considera $I_n = \int \frac{x^{4n} \cdot arctgx}{1 + x^2} dx$

Calculați $\int \frac{x^4}{x^2 + 1} dx$

Calculați I_0

Calculați I_1

Prof. Andrei Octavian DOBRE, Ploieşti

Subiectul 4...30 puncte

Pe mulțimea numerelor întregi se definesc legile de compoziție $x \circ y = 2x + 2y - 4$ şi $x * y = (x-2)(y-2) + 4$.

a) Rezolvați în **Z** ecuația $x * x = x \circ x$;

b) Determinați numerele întregi a cu proprietatea $x * a = 4,\ \forall x \in$ **Z**;

c) Să se rezolve sistemul de ecuații: $\begin{cases} x \circ (y+1) = 6 \\ (x-y) * 1 = 4 \end{cases}$ $x, y \in$ **Z**.

Prof. Valentin SMARANDACHE, Vâlcea
Prof. Cristian COTOARBĂ, Vâlcea

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore.