

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M1_Matematică-informatică
Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Matematică-informatică.

• Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

• La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Varianta 1

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p** 1. Să se calculeze modulul numărului complex $z = \left(\frac{5+2i}{2-5i}\right)^2$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$ să se calculeze suma
 $S = f(f(-10)) + f(f(-9)) + \dots + f(f(-1)) + f(f(1)) + \dots + f(f(9)) + f(f(10))$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2^2(x^3) - 12 \cdot \log_4 x - 3 = 0$.
- 5p** 4. Să se rezolve ecuația $C_n^8 = C_n^{10}$.
- 5p** 5. Scrieți ecuația dreptei care trece prin punctul $M(-2, 2)$ și este paralelă cu dreapta de ecuație: $2x - y + 5 = 0$
- 5p** 6. Să se calculeze $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Să se calculeze $\det(I_3 + A)$
- 5p** b) Să se calculeze $A - X \cdot X^t$, unde X^t este transpusa matricei X ,
- 5p** c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, astfel încât $A^2 = aA$
2. Se consideră $a \in \mathbb{R}$ și ecuația $x^4 + (a-2)x^3 + (a^2 - 2a + 4)x^2 - x + 1 = 0$.
- 5p** a) Să se calculeze $\frac{1}{x_1 x_2 x_3} + \frac{1}{x_1 x_2 x_4} + \frac{1}{x_1 x_3 x_4} + \frac{1}{x_2 x_3 x_4}$, unde x_1, x_2, x_3, x_4 sunt rădăcinile ecuației.
- 5p** b) Să se arate că ecuația dată nu are toate rădăcinile reale
- 5p** c) Să se demonstreze că ecuația dată nu poate avea pe -2 ca rădăcină triplă.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$.
- 5p** a) Să se determine ecuația asimptotei la ramura graficului funcției spre $+\infty$.
- 5p** b) Să se arate că funcția f este strict monotonă pe intervalul $(1, \infty)$.
- 5p** c) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă $x = 2$.
2. Se consideră funcțiile $f: [1; 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$ și
 $F: [1; 2] \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$
- 5p** a) Să se calculeze $\int x^2 f(x) dx$
- 5p** b) Să se arate că F este o primitivă a funcției f
- 5p** c) Să se calculeze aria mulțimii cuprinse între graficul funcției, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$.

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M1_Matematică-informatică
Proba E c)
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Matematică-informatică.

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

Varianta 1

SUBIECTUL I

1.	$ z = \left \frac{5+2i}{2-5i} \right ^2 = \frac{ 5+2i ^2}{ 2-5i ^2}$	2p
	$ z = \frac{(\sqrt{5^2+2^2})^2}{(\sqrt{2^2+(-5)^2})^2} = \frac{29}{29}$	2p
	$ z = 1$	1p
2.	$(f \circ f)(x) = x$ Finalizare $S = 0$	2p 3p
3.	CE : $\{x > 0; x^3 > 0\} \Rightarrow x \in (0, \infty)$	1p
	$\log_2^2(x^3) = 9\log_2^2 x$	1p
	Ecuția devine: $9\log_2^2 x - 6\log_2 x - 3 = 0$, notăm $\log_2 x = t \Rightarrow 3t^2 - 2t - 1 = 0$ $\Rightarrow t_1 = 1, t_2 = -\frac{1}{3}$	2p
	Finalizare : $x_1 = 2 > 0, x_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} > 0$	1p
4.	Condiții de existență $n \in \mathbb{N}, n \geq 10$ $C_n^k = C_n^{n-k}$ $n - 8 = 10 \Rightarrow n = 18$	1p 2p 2p
5.	Notăm dreapta dată cu d și cea căutată cu $d_1 \Rightarrow m_d = 2$ $d_1 \parallel d \Leftrightarrow m_{d_1} = m_d = 2$	1p 2p
	$M \in d_1, m_{d_1} = 2 \Rightarrow d_1: y - y_M = m_{d_1}(x - x_M) \Rightarrow y - 2 = 2(x + 2)$	1p
	Finalizare : ecuația dreptei $d_1: 2x - y + 6 = 0$	1p
6.	$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$	1p
	$\cos 75^\circ - \cos 15^\circ = -2 \sin \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \sin \frac{75^\circ - 15^\circ}{2}$	1p
	Finalizare	3p

SUBIECTUL al II-lea

1.	a)	Calculul $I_3 + A$ $\det(I_3 + A) = 15$	2p 3p
	b)	$X^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $X \cdot X^t = A$ $A - X \cdot X^t = O_3$	1p 3p 1p
	c)	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 14 & 42 & 28 \\ 42 & 126 & 84 \\ 28 & 84 & 56 \end{pmatrix}$ $A^2 = 14A$ $a = 7$	3p 1p 1p
2.	a)	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 - a$ $x_1 x_2 x_3 x_4 = 1$ Finalizare $\frac{1}{x_1 x_2 x_3} + \frac{1}{x_1 x_2 x_4} + \frac{1}{x_1 x_3 x_4} + \frac{1}{x_2 x_3 x_4} = 2 - a$	1p 1p 3p
	b)	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = s_1^2 - 2s_2$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 < 0$, dar $x_i^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ Deci $\exists x_i \notin \mathbb{R}$	1p 2p 2p
	c)	$x = -2$ rădăcină triplă $\Rightarrow f(-2) = 0$; $f'(-2) = 0$; $f''(-2) = 0$ Finalizare	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

1.	a)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \Rightarrow \nexists$ asimptotă orizontală la ∞	1p
		$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 1 \Rightarrow m = 1$	1p
		$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = 1 \Rightarrow n = 1$ Finalizare: $y = mx + n \Rightarrow y = x + 1$ ecuația asimptotei oblice la ∞	2p 1p
b)	$f'(x) = 1 \cdot e^{\frac{1}{x}} + x \cdot e^{\frac{1}{x}} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{e^{\frac{1}{x}}(x-1)}{x}, \forall x \in (1, \infty)$	2p	
	Pentru $x \in (1, \infty), x-1 > 0, x > 0, e^{\frac{1}{x}} > 0 \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in (1, \infty)$ Finalizare: f strict crescătoare pe intervalul $(1, \infty)$	2p 1p	
c)	Ecuția tangentei la G_f în punctul de abscisă	1p	
	$x_0: y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0), x_0 = 2$	2p	
	$f(2) = 2\sqrt{e}, f'(2) = \frac{\sqrt{e}}{2}$ Finalizare: Ecuția tangentei la G_f în punctul de abscisă	2p	
	$x_0 = 2: \sqrt{e}x - 2y + 2\sqrt{e} = 0$		
2.	a)	$\int x^2 f(x) dx = \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$	1p
		Finalizare: $\sqrt{x^2 + 1}$	3p

	b) F - primitivă a funcției $f \Rightarrow F' = f$ Calculul derivatei	1p 4p
	c) $A_f = \int_1^2 f(x) dx$ $A_f = F(2) - F(1)$ Finalizare : $A_f = \frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{3}+1)}{4}$	1p 2p 2p

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M1_Matematică-informatică
Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Matematică-informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Varianta 2

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p** 1. Să se calculeze $(1+i)^{20}$.
- 5p** 2. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, inecuația $\frac{1}{3^{x+1}} \leq 9$
- 5p** 3. Să se arate că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_2(3^x - 1)$ este injectivă.
- 5p** 4. Care este probabilitatea, că alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să conțină cifra 6?
- 5p** 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ știind că distanța de la punctul $A(m, m+1)$ la dreapta $d: 3x - 4y - 1 = 0$ este 1.
- 5p** 6. Știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ și $\cos 4x = \frac{1}{3}$ calculați $\sin 2x$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare :
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -1 \\ x + ay - 4z = -9, \text{ unde } a \in \mathbb{R} \\ -3x + az = 0 \end{cases}$$
- 5p** a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\det A = -16$.
- 5p** b) Pentru $a = 1$, să se arate că tripletul $(1; 2; 3)$ este soluție a sistemului.
- 5p** c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul are soluție unică.
2. Se consideră $a \in \mathbb{Z}_3$ și polinomul $f = X^3 + \hat{2}X^2 + a \in \mathbb{Z}_3[X]$
- 5p** a) Să se calculeze $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2})$
- 5p** b) Pentru $a = \hat{2}$ să se determine rădăcinile polinomului f
- 5p** c) Să se determine $a \in \mathbb{Z}_3$ pentru care polinomul f este ireductibil peste $\mathbb{Z}_3[X]$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - e \cdot \ln x$
- 5p** a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x)}{f'(x)}$
- 5p** b) Să se verifice dacă graficul funcției are asimptotă la ramura spre $+\infty$.
- 5p** c) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + e^x, & \text{dacă } x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & \text{dacă } x > 0 \end{cases}$
- 5p** a) Să se arate că funcția f admite primitive pe mulțimea numerelor reale.
- 5p** b) Să se calculeze $\int_{-1}^1 x f(x) dx$
- 5p** c) Să se determine volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0; 1], g(x) = f(x)$

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M1_Matematică-informatică
Proba E c)
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Matematică-informatică.

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

Varianta 2

SUBIECTUL I

1.	$(1+i)^{20} = ((1+i)^2)^{10}$ $(1+i)^2 = 2i$ $(1+i)^{20} = (2i)^{10} = 2^{10}i^{10}$ $i^{10} = -1$ $(1+i)^{20} = -1024$	1p 1p 1p 1p 1p
2.	$\frac{1}{3^{x+1}} = 3^{-x-1}$ $3^{-x-1} \leq 3^2 \Rightarrow -x-1 \leq 2$ $x \in \llbracket -3; \infty \rrbracket$	2p 1p 2p
3.	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \log_2(3^{x_1} + 1) = \log_2(3^{x_2} + 1)$ Finalizare : $x_1 = x_2 \Rightarrow f$ este injectiva	2p 3p
4.	$P = \frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}}$ Număr cazuri posibile = $ \{100, \dots, 999\} = 900$ Numărul numerelor care nu conțin cifra 6 = $ \{\overline{abc} \mid a, b, c \in \{0, 1, \dots, 9\} \setminus \{6\}; a \neq 0\} = 8 \cdot 9 \cdot 9 = 648$ Număr cazuri favorabile = $900 - 648 = 252$ Finalizare: $P = \frac{252}{900} = \frac{7}{25}$	1p 1p 2p 1p
5.	$dist(A, d) = \frac{ 3m - 4(m+1) - 1 }{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$ $ m+5 = 5 \Rightarrow m \in \{-10, 0\}$	2p 3p
6.	$\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x = \frac{1}{3}$ $\sin 2x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$, dar $x \in (0; \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{\sqrt{3}}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

1.	a)	$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & a & -4 \\ -3 & 0 & a \end{pmatrix}$ $\det A = 2a^2 + 6a - 36$	1p 2p
----	----	--	--------------

	Finalizare: $a \in \{-5; 2\}$	2p
	Înlocuirea lui a	1p
	b) Verificarea soluției în fiecare ecuație Tripletul $(1; 2; 3)$ soluție a sistemului	3p 1p
	c) Sistemul are soluție unică dacă $\det A \neq 0$ $2a^2 + 6a - 36 = 0$ $a \in \mathbb{R} / \{-6; 3\}$	2p 1p 2p
2.	a) $f(\hat{0}) = f(\hat{1}) = a$ $f(\hat{2}) = \hat{1} + a$ $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2}) = \hat{1}$	2p 1p 2p
	b) $f(\hat{0}) = f(\hat{1}) = \hat{2}$ $f(\hat{2}) = \hat{0} \Rightarrow x_1 = \hat{2}$ Verificarea că $x_1 = \hat{2}$ nu este rădăcină dublă	1p 2p 2p
	c) Finalizare : $f = (x + \hat{1})(x^2 + x + \hat{2})$ $f = (x - \hat{2})(x^2 + x + \hat{2})$	4p 1p

SUBIECTUL al III-lea

	$f'(x) = \frac{x-e}{x}$	1p
	a) Evidențierea cazului de excepție $\frac{0}{0}$ Calculul limitei: $l = 0$	1p 3p
1.	b) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \Rightarrow$ <i>Asimptotă orizontală spre ∞</i> $y = mx + n$ asimptotă oblică $m = 1$ și $n = -\infty \Rightarrow$ <i>Asimptotă oblică</i>	2p 1p 2p
	c) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = e$ Pentru $x \geq e \Rightarrow f$ este crescătoare Pentru $x \leq e \Rightarrow f$ este descrescătoare	1p 2p 2p
	a) $f(0-0) = f(0+0) = f(0) \Rightarrow f$ continuă în $x = 0$ f continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ admite primitive	3p 2p
2.	b) $\int_{-1}^1 x f(x) dx = \int_{-1}^0 x f(x) dx + \int_0^1 x f(x) dx$ $\int_{-1}^0 x f(x) dx = \frac{2}{e} - \frac{5}{4}$ $\int_0^1 x f(x) dx = \frac{9}{10}$	1p 2p 2p
	c) $V = \pi \int_0^1 f^2(x) dx$ $V = \frac{17\pi}{6}$	1p 4p

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M1_Matematică-informatică
Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Matematică-informatică.

• Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

• La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Varianta 3

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p** 1. Să se calculeze modulul numărului complex $z = \sin 43^\circ + i \cdot \cos 43^\circ$.
- 5p** 2. Determinați valorile întregi ale parametrului m , pentru care parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m-1)x + m - 1$ nu intersectează axa Ox .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-8} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x-10}$
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determinați probabilitatea că, alegând la întâmplare una din submulțimile nevide ale mulțimii A , aceasta să conțină exact 4 elemente
- 5p** 5. Determinați numărul real pozitiv a pentru care vectorii $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + \vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ sunt coliniari
- 5p** 6. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 3)$, $B(-1, 5)$ și $C(4, 3)$. Să se arate că unghiul $\sphericalangle(BAC)$ este obtuz.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie $G = \left\{ A_m = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & m & -1 \\ 3m+4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \mid m \in \mathbb{R} \right\}$
- 5p** a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A_x) = \det(A_1)$
- 5p** b) Să se calculeze $\det(A_m \cdot A_m^t)$, unde A_m^t este transpusa matricei A_m
- 5p** c) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea A_m să fie inversabilă
2. Se consideră polinomul $f = 3X^4 - 2X^3 + X^2 + ax - 1 \in \mathbb{R}[X]$, unde $a \in \mathbb{R}$
- 5p** a) Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$, unde x_1, x_2, x_3, x_4 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p** b) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului f la $(x-1)^2$
- 5p** c) Să se arate că ecuația dată nu are toate rădăcinile reale

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcția $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, unde $f_0(x) = e^{-x} - 1$ și $f_{n+1}(x) = f_n'(x)$
- 5p** a) Determinați asimptota funcției f_0 către $+\infty$.
- 5p** b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f_2(x) + x - 1}{x^2}$
- 5p** c) Să se studieze monotonia funcției f_{2013} .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} xe^{x-1}, & \text{dacă } x \leq 1 \\ 2x^2 - 1, & \text{dacă } x > 1 \end{cases}$
- 5p** a) Să se arate că funcția f admite primitive pe mulțimea numerelor reale.
- 5p** b) Să se calculeze $\int_{-2}^2 f(x) dx$
- 5p** c) Să se determine parametrul real a astfel încât aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 1$ și $x = 2$, să fie egală cu $a^2 - \frac{16}{3}$.

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M1_Matematică-informatică
Proba E c)
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Matematică-informatică.

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

Varianta 3

SUBIECTUL I

1.	$ z = \sqrt{\sin^2 43^\circ + \cos^2 43^\circ}$	3p
	$ z = 1$	2p
2.	$G_f \cap Ox = \emptyset \Leftrightarrow \Delta < 0$	2p
	$\Delta = m^2 - 6m + 5$	2p
	$\begin{cases} \Delta < 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow m \in (1; 5) \cap \mathbb{Z}$	1p
Finalizare : $m \in \{2, 3, 4\}$		
3.	CE : $\begin{cases} x - 8 \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \\ 2x - 10 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [8; \infty)$	2p
	$(\sqrt{x-8} + \sqrt{x-2})^2 = (\sqrt{2x-10})^2 \Rightarrow \sqrt{(x-8)(x-2)} = 0$	1p
	$x = 2 \notin [8; \infty)$	1p
	$x = 8 \in [8; \infty)$	1p
4.	$P = \frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}}$	1p
	Număr cazuri posibile $2^5 - 1 = 31$	1p
	Numarul submultimilor cu 4 elemente este $C_5^4 = 5 \rightarrow 5$ cazuri favorabile	2p
	Finalizare: $P = \frac{5}{31}$	1p
5.	$\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} = k\vec{v}$ sau $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$	1p
	$\frac{a+1}{2} = \frac{1}{a}$	1p
	Finalizare $a = 1$	3p
6.	$\vec{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$	1p
	$\vec{AC} = (x_C - x_A)\vec{i} + (y_C - y_A)\vec{j} = 2\vec{i}$	1p
	$\sphericalangle BAC \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} < 0$	1p
	$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = x_1x_2 + y_1y_2$	1p
	$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -6 < 0 \Rightarrow \sphericalangle BAC$ obtuz	1p

SUBIECTUL al II-lea

1.	a)	$\det(A_x) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & x & -1 \\ 3x+4 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 3x^2 + x - 1$	2p
		$\det(A_1) = 3 + 1 - 1 = 3$	1p
		$\det(A_x) = \det(A_1) \Rightarrow 3x^2 + x - 4 = 0$	

		$x \in \left\{-\frac{4}{3}; 2\right\}$	1p
	b)	$\det A = \det A^t$ $\det(A_m \cdot A_m^t) = (\det(A_m))^2 = (3m^2 + m - 1)^2$	2p 3p
	c)	A_m este inversabilă $\Leftrightarrow \det(A_m) \neq 0$ $3m^2 + m - 1 = 0$ $m_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$	2p 1p 2p
2.	a)	Aducere la același numitor $s_3 = -a$, $s_4 = 1$ Finalizare : $-a$	2p 2p 1p
	b)	$C = 3x^2 + 4x + 6$ $R = (a + 8)x - 7$	3p 2p
	c)	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = s_1^2 - 2s_2$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 < 0$, dar $x_i^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ Deci $\exists x_i \notin \mathbb{R}$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al III-lea

1.	a)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1$ $y = -1$ asimptotă orizontală spre ∞	3p 2p
	b)	$f_1(x) = -e^{-x}$ $f_2(x) = e^{-x}$ Finalizare	1p 1p 3p
	c)	Demonstrarea ca $f_k(x) = (-1)^k e^{-x}$ $f_{2014}(x) = f_{2013}'(x) = e^{-x} > 0$ f_{2013} strict crescătoare	2p 1p
2.	a)	$f(1 - 0) = f(1 + 0) = f(1) \Rightarrow f$ continuă în $x = 0$ f continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ admite primitive	3p 2p
	b)	$\int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$ $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3e^{-3}$ $\int_1^2 f(x) dx = \frac{11}{3}$	1p 2p 2p
	c)	$A_f = \int 2x^2 - 1 dx$ $A_f = \frac{11}{3} \Rightarrow a^2 - \frac{16}{3} = \frac{11}{3}$ Finalizare : $a = \pm 3$	1p 2p 2p

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M 2.1 Științele-naturii
Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Științe ale naturii

• Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

• La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Varianta 1

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați modulul numărului complex $(1-i)^{24}$
- 5p** 2. Se consideră ecuația $x^2 - 2013x + 2 = 0$ cu rădăcinile $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$. Să se calculeze $\left[\frac{x_1}{x_1+1} + \frac{x_2}{x_2+1} \right]$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x^2 = 2$
- 5p** 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr \overline{ab} din mulțimea numerelor naturale de două cifre, să aibă loc relația: $a + b = 5$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se considera punctele $A(1;1)$, $B(-1;0)$ și $C(3;-4)$. Să se determine lungimea segmentului AM , unde M este mijlocul lui (BC) .
- 5p** 6. Fie ABC un triunghi care are $AB = 6\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$. Să se calculeze $\cos A$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$
- 5p** a) Pentru $A, B \in G$ să se demonstreze că $A + B \in G$
- 5p** b) Să se arate că o matrice $C \in G$, obținută pentru $a = 5$ și $b = 3$, verifică relația $C^2 = 10C - 16I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 5p** c) Pentru $a, b \in \mathbb{N}$ să se determine o matrice $D \in G$ cu proprietatea că $\det D = 2013$.
2. Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție $x * y = 2xy - 2x - 2y + 3$.
- 5p** a) Să se arate că $x * y = 2(x-1)(y-1) + 1$, pentru oricare $x, y \in \mathbb{R}$
- 5p** b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care $m * (m+2) = 17$.
- 5p** c) Să se arate că legea de compoziție „*” este asociativă.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x$
- 5p** a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- 5p** b) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-1, 1)$.
- 5p** c) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției în punctul $A(1, -2)$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \llbracket 2; \infty \rrbracket \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$
- 5p** a) Să se calculeze $\int_2^e \left(f(x) - \frac{1}{x-1} \right) dx$
- 5p** b) Să se arate că $F: \llbracket 2; \infty \rrbracket \rightarrow \mathbb{R}, F = e + \ln(x^2 - x)$ esto o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Să se determine parametrul real $a, a > 2$ astfel încât aria suprafeței mărginite de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 2$ și $x = a$, să fie egală cu $\ln 3$.

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013

MATEMATICĂ – M 2.1 Științele-naturii

Proba E c)

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

Varianta 1

1.	$ z^n = z ^n$	1p
	$ z = \sqrt{a^2 + b^2}$	1p
	$ 1 - i = \sqrt{2}$	1p
	Finalizare : 2^{12}	1p
2.	$S = x_1 + x_2 = 2013, P = x_1 \cdot x_2 = 2$	2p
	$\frac{x_1}{x_1+1} + \frac{x_2}{x_2+1} = \frac{x_1(x_2+1) + x_2(x_1+1)}{(x_1+1)(x_2+1)} = \frac{2x_1x_2 + (x_1+x_2)}{x_1x_2 + (x_1+x_2) + 1} = \frac{2P+S}{P+S+1} = \frac{2017}{2016}$	2p
	$1 < \frac{2017}{2016} < 2 \Rightarrow \left\lfloor \frac{2017}{2016} \right\rfloor = 1$, deci $\left\lfloor \frac{x_1}{x_1+1} + \frac{x_2}{x_2+1} \right\rfloor = 1$	1p
3.	Condiția de existență : $x^2 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} / \{0\}$	1p
	Rezolvarea ecuației $x^2 = 4$	2p
	Finalizare : $S = \{\pm 2\}$	2p
4.	$P = \frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}}$	1p
	Numarul de numere cu doua cifre este 90. Numerele pentru care $a + b = 5$ sunt: 14, 23, 32, 41, 50.	1p
	$P = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$ (2p)	2p 1p
5.	M mijlocul lui BC $\Rightarrow M(1, -2)$	2p
	$AM = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2}$	2p
	Finalizare : $AM = 3$	1p
6.	Din teorema cosinusului $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$	2p
	$\cos A = \frac{36 + 100 - 196}{2 \cdot 6 \cdot 10} = \frac{136 - 196}{12 \cdot 10} = -\frac{60}{12 \cdot 10} = -\frac{1}{2}$	3p

SUBIECTUL al II-lea

1.	a)	$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} c & d \\ d & c \end{pmatrix} \Rightarrow A + B = \begin{pmatrix} a+c & b+d \\ b+d & a+c \end{pmatrix}$	3p
		$a + c \in \mathbb{Z}, b + d \in \mathbb{Z} \Rightarrow A + B \in G\mathcal{R}$	2p

	b)	$C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow 10C = \begin{pmatrix} 50 & 30 \\ 30 & 50 \end{pmatrix}, 16I_2 = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}, C^2 = \begin{pmatrix} 34 & 30 \\ 30 & 34 \end{pmatrix}$ Finalizare	4p 1p
	c)	$\det D = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ $\det D = 2013 = 3 \cdot 671$ $\begin{cases} a - b = 3 \\ a + b = 671 \end{cases}$ Finalizare : $a = 337, b = 334$	1p 1p 1p 2p
2.	a)	$x * y = 2xy - 2x - 2y + 2 + 1 = 2x(y - 1) - 2(y - 1) + 1$ $\Rightarrow x * y = 2(x - 1)(y - 1) + 1$	3p 2p
	b)	$m * (m + 2) = 2(m - 1)(m + 1) + 1$ $2(m^2 - 1) + 1 = 17 \Rightarrow m^2 - 1 = 8 \Rightarrow m^2 = 9$ Finalizare: $m = \pm 3$	2p 2p 1p
	c)	$(x * y) * z = 4(x - 1)(y - 1)(z - 1) + 1$ $x * (y * z) = 4(x - 1)(y - 1)(z - 1) + 1$ Finalizare: $(x * y) * z = x * (y * z), \forall x, y, z \in \mathbb{Q} \Rightarrow$ legea „*” este asociativă.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea

1.	a)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$ $f'(x) = 3(x^2 - 1)$ $f'(1) = 0$	2p 2p 1p
	b)	Rezolvarea ecuației $f'(x) = 0$ Semnul derivatei Precizarea monotoniei pe $(-1, 1)$	2p 2p 1p
	c)	Formula ecuației tangentei $y - y_0 = m(x - x_0)$ $x_0 = 1, y_0 = -2$ $m = f'(1) = 0$ Ec. tangentei: $y + 2 = 0$	1p 2p 1p 2p
2.	a)	$\int_2^e \left(f(x) - \frac{1}{x-1} \right) dx = \int_2^e \frac{1}{x} dx$ Finalizare : $1 - \ln 2$	2p 2p
	b)	F - primitivă a funcției $f \Rightarrow F' = f$ Calculul derivatei	1p 4p
	c)	$A_f = \int_2^a f(x) dx$ $A_f = \ln \frac{a^2 - a}{2} \Rightarrow \ln \frac{a^2 - a}{2} = \ln 3 \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0$ Finalizare : $a \in \{-2; 3\}$	1p 3p 1p

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M 2.1 Științele-naturii
Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Varianta 2

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați suma elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 2\}$.
- 5p** 2. Se considera funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$. Să se rezolve ecuația $(f \circ f)(x) = f^2(x)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $3^{x^2-2x} \cdot 3^{5x+1} \leq \frac{1}{3}$.
- 5p** 4. Fie $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Să se determine numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimii A care conțin cel puțin un număr par.
- 5p** 5. Să se determine numărul real a , știind că dreptele $d_1 = ax + 3y - 2 = 0$ și $d_2 = 12x + 2y + 1 = 0$ sunt perpendiculare.
- 5p** 6. Două unghiuri cu măsurile a, b sunt suplementare. Să se calculeze $\cos a + \cos b$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ a & 5 \end{pmatrix}$, unde $a \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\det(A^{2013}) = 1$.
- 5p** b) Pentru $a = 2$ să se arate că $A^2 - 7A + 4I_2 = O_2$.
- 5p** c) Pentru $a = 3$ să se arate că matricea A este inversabilă și să se determine A^{-1} .
2. Se consideră $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 10b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q}, a^2 - 10b^2 = 1 \right\}$
- 5p** a) Să se verifice că $A = \begin{pmatrix} 19 & 60 \\ 6 & 19 \end{pmatrix} \in G$
- 5p** b) Să se determine elementul neutru al mulțimii G în raport cu înmulțirea matricelor
- 5p** c) Să se arate că $X \cdot Y \in G$ pentru orice $X, Y \in G$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$
- 5p** a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$
- 5p** b) Să se determine asimptota către $-\infty$ a funcției.
- 5p** c) Să se arate că $f(x) > 1$ pentru $\forall x > 1$
2. Fie funcțiile $F, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)e^x$ și $F(x) = xe^x$
- 5p** a) Să se arate că F este o primitivă a funcției f
- 5p** b) Să se determine aria suprafeței mărginite de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuație $x = 0$ și $x = 1$
- 5p** c) Să se calculeze $\int_0^1 \frac{F(x)-f(x)}{e^{x+1}} dx$

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013

MATEMATICĂ – M 2.1 Științele-naturii

Proba E c)

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

Varianta 2

SUBIECTUL I

1.	$x^2 < 2 \Rightarrow x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ $A = \{-1; 0; 1\}$ $S = 0$	2p 2p 1p
2.	$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2x + 1) = 4x + 3$ $f^2(x) = 4x^2 + 4x + 1$ $4x + 3 = 4x^2 + 4x + 1$ $4x^2 = 2 \rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$	1p 1p 1p 2p
3.	$3^{x^2-2x} \cdot 3^{5x+1} = 3^{x^2+3x+1}, \frac{1}{3} = 3^{-1}$ Inecuația devine $3^{x^2+3x+1} \leq 3^{-1} \Leftrightarrow x^2 + 3x + 1 \leq -1 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 \leq 0$ $x \in [-2, -1]$	1p 2p 2p
4.	Scădem din numărul total de submulțimi cu trei elemente numărul de submulțimi care au numai numere impare. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ $C_5^3 = 10$ $C_3^3 = 1$ $S = 9$	1p 1p 1p 1p
5.	$d_1 \perp d_2 \Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$ $m_1 = -\frac{a}{3}; m_2 = -6$ $a = -\frac{1}{2}$	1p 2p 2p
6.	$a + b = 180^\circ \Rightarrow b = 180^\circ - a$ $\cos b = \cos(180^\circ - a) = -\cos a$ Finalizare: $\cos a + \cos b = \cos a - \cos a = 0$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea

1.	a)	$\det A = 10 - 3a$ $\det(A^{2013}) = (\det A)^{2013} = 1 \Rightarrow \det A = 1$ Finalizare: $\det A = 1 \Rightarrow 10 - 3a = 1 \Rightarrow a = 3$	2p 2p 1p
	b)	Pentru $a = 2 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	1p

	$A^2 = \begin{pmatrix} 10 & 21 \\ 14 & 31 \end{pmatrix}, 7A = \begin{pmatrix} 14 & 21 \\ 14 & 35 \end{pmatrix}, 4I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$	3p
	$\text{Finalizare: } A^2 - 7A + 4I_2 = \begin{pmatrix} 10 & 21 \\ 14 & 31 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & 21 \\ 14 & 35 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	1p
c)	$\text{Pentru } a = 3 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A = 1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ inversabilă}$	1p
	$A' = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, A^* = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$	2p
	$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^* = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$	2p
2.	a) $a = 19, b = 6 \in \mathbb{Q}$ Verificare $19^2 - 10 \cdot 6^2 = 1 \Rightarrow A \in G$	2p 3p
	b) Elementul neutru al înmulțirii matricelor este $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $a = 1, b = 0$ și $1^2 - 10 \cdot 0^2 = 1 \Rightarrow I_2 \in G$	2p 3p
	c) $X \cdot Y = \begin{pmatrix} ac + 10bd & 10(ad + ab) \\ ab + ad & ac + 10bd \end{pmatrix}$ $ac + 10bd \in \mathbb{Q}, ad + ab \in \mathbb{Q}$ $(ac + 10bd)^2 - 10(ad + ab)^2 = (a^2 - 10b^2)(c^2 - 10d^2) = 1 \Rightarrow X \cdot Y \in G$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al III-lea

1.	a) $f'(x) = \frac{(e^x)'(x+1) - e^x(x+1)'}{(x+1)^2}$	2p
	$f'(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$	3p
	b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ $y = 0$ este asimptotă orizontală	3p 2p
c) pentru $\forall x > 1 \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow f$ crescătoare $\Rightarrow f(x) > f(1)$ $f(1) = \frac{e}{2} > 1 \Rightarrow f(x) > 1$	3p 2p	
2.	a) F - primitivă a funcției $f \Rightarrow F' = f$ Calculul derivatei	1p 4p
	b) $A_f = \int_0^1 f(x) dx$	2p
	$A_f = e$	3p
c) $\int_0^1 \frac{F(x) - f(x)}{e^x + 1} dx = - \int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$ $e^x + 1 = t \Rightarrow \int_2^{e+1} \frac{1}{t} dt = \ln \frac{e+1}{2}$	2p 3p	

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M 2.1 Științele-naturii
Proba E c)

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Varianta 3

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Să se arate că numărul $(1 + i)^{200}$ este real.
- 5p** 2. Să se arate că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2 \sin x$ este impară.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația: $\sqrt{-4x + 1} = 7$
- 5p** 4. Calculați $(C_{2013}^2 - C_{2013}^{2011} + A_{2013}^0)^{2013}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(4,1)$ și $C(-3,5)$. Să se arate că aria triunghiului ABC este un număr natural.
- 5p** 6. Fie ABC un triunghi care are $AB = 6\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$. Să se calculeze $\cos A$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- 5p** a) Să se verifice că: $A^2 - A + I_2 = O_2$
- 5p** b) Arătați că matricea A este inversabilă și calculați inversa ei;
- 5p** c) Arătați că $A^{2013} = -I_2$
2. În mulțimea $\mathbf{R}[X]$ se considera polinoamele $f = X^3 - 2X^2 + aX + 1$ și $g = X^2 - X + 1$, unde $a \in \mathbb{R}$ și x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p** a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $x_1 + x_2 + x_3 - x_1 x_2 x_3 = x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3$
- 5p** b) Pentru $a = 2$ să se determine câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul g
- 5p** c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $x + 3$ să dividă polinomul f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$
- 5p** a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e}$
- 5p** b) Să se determine asimptota spre $+\infty$ a funcției.
- 5p** c) Să se afle valorile lui x pentru care funcția este descrescătoare
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$
- 5p** a) Să se determine $\int (x^2 + 1) f(x) dx$
- 5p** b) Să se verifice că $\int_0^1 f(x) dx = \ln(2e)$
- 5p** c) Să se arate că $\int_0^1 f'(x) e^{f(x)} dx = e(e - 1)$

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M 2.1_Științele naturii
Proba E c)
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

Varianta 3

SUBIECTUL I

1.	$(1 + i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i$ $(1 + i)^{200} = [(1 + i)^2]^{100} = (2i)^{100}$ Finalizare : 2^{100}	2p 2p 1p
2.	Funcția f este impară $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$ $f(-x) = (-x)^3 + \sin(-x)$ $(-x)^3 = -x^3$ $\sin(-x) = -\sin x$ Finalizare $f(-x) = -f(x)$	1p 1p 1p 1p 1p
3.	$-4x + 1 \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{1}{4} \rightarrow x \in \left(\infty, \frac{1}{4}\right]$ (2p) $-4x + 1 = 49 \rightarrow -4x = 48$ Finalizare $x = -12$	2p 2p 1p
4.	$C_{2013}^{2011} = C_{2013}^{2013-2011} \Leftrightarrow C_{2013}^{2011} = C_{2013}^2 \Rightarrow C_{2013}^2 - C_{2013}^{2011} = 0$ $A_{2013}^0 = \frac{2013!}{2013!} = 1$ Finalizare, $(C_{2013}^2 - C_{2013}^{2011} + A_{2013}^0)^{2013} = 1^{2013} = 1$	2p 2p 1p
5.	$S = \frac{1}{2} \Delta $ $\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ -3 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 10$ Finalizare: $S = 5 \in \mathbb{N}$	2p 2p 1p
6.	Din teorema cosinusului $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$ $\cos A = \frac{36 + 100 - 196}{2 \cdot 6 \cdot 10} = \frac{136 - 196}{12 \cdot 10} = -\frac{60}{12 \cdot 10} = -\frac{1}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

1.	a)	Calcul A^2 Verificarea relației	2p 3p
	b)	$\det A = 1 \neq 0$	1p

		$A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^*$	1p
		$A^* = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	2p
		$A^{-1} = A^*$	1p
	c)	$A^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	2p
		$A^3 = -I_2$	1p
		$A^{2013} = (A^3)^{671} = (-I_2)^{671} = -I_2$	2p
2.	a)	$x_1 + x_2 + x_3 = 2$	1p
		$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = a$	1p
		$x_1x_2x_3 = -1$	1p
$a = 3$		2p	
	b)	$c = x - 1$	3p
		$r = 2$	2p
	c)	$x + 3$ divide $f \Rightarrow f(-3) = 0$	2p
		$f(-3) = -44 - 3a$	2p
		$a = \frac{-44}{3}$	1p

SUBIECTUL al III-lea

1.	a)	$\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e} = f'(e)$	2p
		$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$	2p
		Finalizare $l = 0$	1p
	b)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$	3p
		$y = 0$ este asimptotă orizontală	2p
	c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = e$	2p
		pentru $x > e \Rightarrow f$ descrescătoare	3p
2.	a)	$\int (x^2 + 1) f(x) dx = \int (x^2 + 2x + 1) dx$	3p
		Finalizare : $I = \frac{x^3}{3} + x^2 + x + c$	2p
	b)	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(1 + \frac{2x}{x^2 + 1}\right)$	2p
Finalizare $1 + \ln 2 = \ln(2e)$		3p	
	c)	$\int_0^1 f'(x) e^{f(x)} dx = e^{f(x)} \Big _0^1 = e^{f(1)} - e^{f(0)}$	3p
		Finalizare	2p

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M2
Proba E c)

FILIERA TEHNOLOGICĂ

• Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

• La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu. **Varianta 1**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p** 1. Să se calculeze $2^{-1} + 2^{-2} + \frac{1}{4}$.
- 5p** 2. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 1$. Să se determine soluția reală a ecuației $2f(x) + 3g(x) = -5$.
- 5p** 3. Să se rezolve ecuația $\log_3(5 - 2x) = 2$
- 5p** 4. Să se determine numărul natural n , știind că $C_n^2 = 21$
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(2, 1)$ și $B(-1, 2)$. Determinați lungimea vectorului \vec{AB} .
- 5p** 6. Să se calculeze $\cos^2 45^\circ + \sin^2 135^\circ$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + ay + 2z = 1 \\ 2x + 2y + z = -1 \\ x + y + z = b \end{cases}$$
, unde $a, b \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Pentru $a = 1$ să se calculeze determinantul matricei sistemului
- 5p** b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât tripletul $(-1 \ 2 \ -3)$ să fie soluție a sistemului
- 5p** c) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să fie incompatibil
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definesc legile de compoziție $x * y = x + y - 3$ și $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$.
- 5p** a) Să se calculeze $\sqrt{3} \circ \sqrt{3} - 3 * (-\sqrt{3})$
- 5p** b) Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $x \circ x = x * x$.
- 5p** c) Determinați elementul neutru al legii " * "

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 10} f(x)$
- 5p** b) Calculați $f'(2)$
- 5p** c) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(2, 5)$.
2. Se consideră funcțiile $f, g: [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$, unde $f(x) = 2^x$ și $g(x) = xe^x$
- 5p** a) Să se determine $\int f(x) dx$
- 5p** b) Să se determine aria suprafeței mărginite de graficul funcției g , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 0$ și $x = 1$
- 5p** c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013

MATEMATICĂ – M2

Proba E c)

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

FILIERA TEHNOLOGICĂ

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

Varianta 1

SUBIECTUL I

1.	$2^{-1} = \frac{1}{2}, 2^{-2} = \frac{1}{4}$ Finalizare: 1	2p 3p
2.	Înlocuirea corectă a lui f și g Ecuația dată devine $2(x+3) + 3(2x-1) = -5 \Leftrightarrow 8x = -8 \Leftrightarrow x = -1$	2p 3p
3.	Condiție de existență $5 - 2x > 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ $\log_3(5 - 2x) = 2 \Rightarrow 5 - 2x = 9$ Finalizare : $x = -2 \in \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$	2p 1p 2p
4.	Condiție de existență $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$ $n(n-1) = 7 \cdot 6$ $n = 7$	1p 2p 1p 1p
5.	Formula de calcul $AB = \sqrt{10}$	2p 2p
6.	$\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ$ $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ $\cos^2 45^\circ + \sin^2 135^\circ = \cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea

1.	a)	Scrierea matricei sistemului Det A = 0	1p 4p
	b)	Din verificarea primei ecuații avem $a = 4$	2p
		Verificarea ecuației a doua Din verificarea ecuației a treia, avem $b = -2$	1p 2p
	c)	Din punctul a) avem det A = 0, deci $a = 1$ Sistemul este incompatibil dacă există determinanți caracteristici nenuli $d_c = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & b \end{vmatrix} = -3b$ $b \neq 0$	2p 1p 1p
2.	a)	$\sqrt{3}o\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 3)^2 + 3 = 15 - 6\sqrt{3}$	2p

	$3 * (-\sqrt{3}) = -\sqrt{3}$ Finalizare: $5(3 - \sqrt{3})$	1p 2p
b)	$x \circ x = x^2 + 2x - 2$ $x * x = x^2 - 4x + 4$ $x^2 + 2x - 2 = x^2 - 4x + 4$ (1p). Finalizare $x = 1$	1p 1p 1p 2p
c)	$\exists e \in \mathbb{R}, \text{ astfel încât } x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R}$ Comutativitate $x \circ e = x \Rightarrow x + e - 3 = x$ $e = 3$	2p 1p 1p 1p

SUBIECTUL al III-lea

1.	a)	$\lim_{x \rightarrow 10} \left(x^2 + \frac{2}{x} \right) = 10^2 + \frac{2}{10}$ $\lim_{x \rightarrow 10} f(x) = 100,2$	3p 2p
	b)	$f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2}$ $f'(2) = 2 \cdot 2 - \frac{2}{2^2}$ $f'(2) = \frac{7}{2}$	3p 1p 1p
	c)	Ecuația tangentei este $y - y_A = f'(x_A)(x - x_A)$ $y - 5 = f'(2)(x - 2)$ $y = \frac{7}{2}x - 2$	1p 1p 3p
2.	a)	$\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + c$	3p 2p
	b)	$A_g = \int_0^1 g(x) dx$ $A_g = e - 1$	2p 3p
	c)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x} = \frac{F(x) - F(0)}{x}, \text{ unde } F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$ Finalizare $L = 1$	2p 2p 1p

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M2
Proba E c)

FILIERA TEHNOLOGICĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Varianta 2**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 3$ și $a_3 = 7$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 2$. Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate.
- 5p** 3. Să se rezolve ecuația $2^x + 2^{x+1} = 6$.
- 5p** 4. Să se calculeze $C_4^2 + C_4^3$
- 5p** 5. Sa se determine coordonatele centrului de greutate al triunghiului ABC știind ca: $A(-2,4), B(4,4), C(4,-2)$.
- 5p** 6. Triunghiul ABC are $AB = 8, AC = 8$ și $m(\angle BAC) = 30^\circ$. Să se calculeze aria triunghiului ABC

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

- 5p** 1. În mulțimea $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 5p** a) Să se calculeze $\det(A + 2I_2)$
- 5p** b) Să se verifice că $A^2 = 3A$
- 5p** c) Să se determine matricea $B \in M_2(\mathbb{R})$ astfel încât $A^2 - 9A + 2B = -10I_2$
- 5p** 2. Se consideră $a \geq 0$ și polinomul $f = X^3 - aX \in \mathbb{R}[X]$, cu rădăcinile reale x_1, x_2, x_3
- 5p** a) Determinați $a > 0$ știind că $(X + 1) | f$.
- 5p** b) Demonstrați că $x_1 + x_2 + x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$, oricare ar fi $a > 0$
- 5p** c). Determinați $a \in \mathbb{N}$ astfel încât $f(a) = 4$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

- 5p** 1 Fie funcția $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}$
- 5p** a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
- 5p** b) Să se verifice că $f'(x) = -\frac{2}{x^3} - \frac{2}{(x+1)^3}$
- 5p** c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \cdot f(x)$
- 5p** 2. a) Calculați $\int_0^1 (x+1) dx$.
- 5p** b) Calculați $\int_0^1 e^x \cdot (x+1) dx$.
- 5p** c) Aratați că $\int_0^1 (\sqrt{x+1})^4 dx = \frac{7}{3}$

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013

MATEMATICĂ – M2

Proba E c)

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

FILIERA TEHNOLOGICĂ

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

Varianta 2

SUBIECTUL I

1.	$a_3 = a_1 + 2r \Rightarrow 7 = 3 + 2r \Rightarrow r = 2$	2p
	$a_{10} = a_1 + 9r = 3 + 9 \cdot 2 = 21$	1p
	$S_{10} = \frac{10(a_1 + a_{10})}{2} = 5(3 + 21) = 120$	2p
2.	Intersecția cu ox : A(2,0)	3p
	Intersecția cu oy: B(0,-2)	2p
3.	$2^{x+1} = 2^x \cdot 2$	1p
	$3 \cdot 2^x = 6$	2p
	$2^x = 2$	1p
	$x = 1$	1p
4.	$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	2p
	$C_4^2 = 6$	1p
	$C_4^3 = 4$	1p
	$C_4^2 + C_4^3 = 10$	1p
5.	Dacă C simetricul lui A față de B , atunci B este mijlocul lui AC	2p
	$x_B = \frac{x_A + x_C}{2}$ și $y_B = \frac{y_A + y_C}{2}$	2p
	Finalizare C(0; 0)	1p
6.	Scrierea corectă a formulei ariei unui triunghi	2p
	$Aria_{(\triangle ABC)} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} = \frac{8 \cdot 8 \cdot \sin 30^\circ}{2} = \frac{64 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 16$	3p

SUBIECTUL al II-lea

1.	a)	$A + 2I_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	2p
		$\det(A + 2I_2) = 6 - 2 = 4$	3p
	b)	$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$	4p
		Finalizare	1p

	c)	Din $A^2 - 9A + 2B = -10I_2$ și $A^2 = 3A \Rightarrow B = 3A - 5I_2$ $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$	2p 3p
2.	a)	$(X + 1) f \Rightarrow f(-1) = 0$ $(-1)^3 - a(-1) = 0$ și $a = 1$	2p 3p
	b)	folosirea relațiilor lui Viete $f = X^3 - S_1X^2 + S_2X - S_3$ $f = X^3 - 0 \cdot X^2 - a \cdot X - 0$ $S_1 = 0 = S_3 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$	3p 1p 1p
	c)	$a^2(a - 1) = 4 \Rightarrow a \neq 0$ și $a^2 > 0$	1p
		$a^2 > 0 \Rightarrow a - 1 > 0$	1p
		$(a - 1) 4 \Rightarrow (a - 1) \in \{1, 2, 4\} \Rightarrow a \in \{2, 3, 5\}$ $a^2 \leq 4 \Rightarrow a = 2$	2p 1p

SUBIECTUL al III-lea

1.	a)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$	5p
	b)	Aplicarea formulei $(x^n)' = nx^{n-1}$ Finalizare	2p 3p
	c)	Înlocuirea în limita Factor comun forțat Finalizare	1p 2p 2p
2.	a)	$I = \int_0^1 (x + 1) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \Big _0^1$ $I = \frac{3}{2}$	3p 2p
	b)	$I = \int_0^1 e^x \cdot (x + 1) dx = \int_0^1 (e^x)' \cdot (x + 1) dx = e^x \cdot (x + 1) \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx$ $I = (xe^x + e^x - e^x) \Big _0^1 = xe^x \Big _0^1 = e$	3p 2p
	c)	$I = \int_0^1 (\sqrt{x + 1})^4 dx = \int_0^1 (x + 1)^2 dx$ $I = \int_0^1 (x^2 + 2x + 1) dx = \int_1^2 x^2 + 2 \int_1^2 x dx + \int_1^2 dx$ $I = \frac{x^3}{3} \Big _1^2 + 2 \frac{x^2}{2} \Big _1^2 + x \Big _1^2 = \frac{7}{3}$	1p 1p 3p

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013
MATEMATICĂ – M2
Proba E c)

FILIERA TEHNOLOGICĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Varianta 3**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

- 5p** 1. Să se determine al șaptelea termen al unei progresii aritmetice cu rația 2, în care al doilea termen este -3 .
- 5p** 2. Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ știind ca x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2 + 3x - 12 = 0$
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{6-x^2} = 25$
- 5p** 4. Să se calculeze numărul submulțimilor cu 3 elemente ale unei mulțimi care are 5 elemente.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-2), B(1,2)$ și $C(2,-1)$. Să se calculeze distanța de la punctul C la mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC , dacă $BC = 2$ și $m(\hat{A}) = 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 5p** a) Să se calculeze determinantul matricei A
- 5p** b) Să se calculeze $(-A) \cdot A$
- 5p** c) Arătați că $A^4 = I_2$
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $xoy = xy - 4x - 4y + 20$.
- 5p** a) Să se arate că $xoy = (x - 4)(y - 4) + 4$.
- 5p** b) Demonstrați că $xox > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- 5p** c) Să se determine elementul neutru al legii de compoziție.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

- 5p** 1. Se considera funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x + x^2$
- 5p** a) Să se calculeze prima derivată a funcției f
- 5p** b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$
- 5p** c) Să se arate că funcția f nu are asimptotă către $+\infty$
- 5p** 2. Se consideră funcția $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_a(x) = ax + 1$
- 5p** a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = x^2 + x + 1$ să fie o primitivă a funcției f .
- 5p** b) Să se calculeze $\int_{-1}^1 f_{2013}(x) dx$
- 5p** c) Să se calculeze $\int_0^1 e^x f_1(x) dx$

Simularea examenului de Bacalaureat – 16.03.2013

MATEMATICĂ – M2
Proba E c)
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

FILIERA TEHNOLOGICĂ

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

Varianta 3**SUBIECTUL I**

1.	$a_2 = a_1 + r \Rightarrow a_1 = -5$ $a_7 = a_1 + 6r$ Finalizare $a_7 = 7$	1p 2p 2p
2.	$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2}$ $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -3$ $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -12$ Finalizare	2p 1p 1p 1p
3.	$5^{6-x^2} = 5^2$ $6 - x^2 = 2$ $x_{1;2} = \pm 2$	1p 2p 2p
4.	Scrierea corectă a formulei de combinări Se obține $C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = 10$	1p 4p
5.	Mijlocul segmentului AB este O(0,0) Scrierea corectă a formulei distanței între două puncte $OC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \Leftrightarrow OC = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$	2p 1p 2p
6.	$\frac{BC}{\sin A} = 2R$ $R = 2$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea

1.	a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-3) - (-2) \cdot 5$ Finalizare: $\det A = 1$	3p 2p
	b)	$-A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $-A \cdot A = I_2$	4p 1p
	c)	$-A \cdot A = I_2 \Rightarrow A^2 = -I_2$	2p

		$A^4 = A^2 \cdot A^2 = (-I_2)^2 = I_2$	3p
2.	a)	$xoy = xy - 4x - 4y + 16 + 4$	2p
		$xoy = x(y - 4) - 4(y - 4) + 4$	2p
		$xoy = (x - 4)(y - 4) + 4$	1p
2.	b)	$xox = (x - 4)^2 + 4$	2p
		$(x - 4)^2 \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$	2p
		$xox > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$	1p
2.	c)	$\exists e \in \mathbb{R}, \text{ astfel încât } xoe = eox = x, \forall x \in \mathbb{R}$	1p
		Comutativitate	1p
		$xoe = x \Rightarrow (x - 4)(e - 4) + 4 = x$ $e = 5$	1p 1p

SUBIECTUL al III-lea

1.	a)	Derivata lui e^x	2p
		Derivata lui x^2	2p
		Finalizare	1p
1.	b)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$	1p
		$f'(x) = e^x + 2x$	3p
		$f'(1) = e + 2$	1p
1.	c)	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, deci nu există asimptotă orizontală	2p
		Ecuția asimptotei oblice este $y = mx + n$	1p
		$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$, deci nu există asimptotă oblică	2p
2.	a)	F derivabilă	1p
		$F'(x) = 2x + 1$	2p
		Din egalitatea $F'(x) = f_a(x)$ se obține $a = 2$.	2p
2.	b)	$f_{2013}(x) = 2013x + 1$	2p
		$\int_{-1}^1 f_{2013}(x) dx = 2013 \frac{x^2}{2} \Big _{-1+x}^{-1}$	2p
		Finalizare	1p
2.	c)	Se aplică met. de integrare prin părți \Rightarrow	1p
		$\int_0^1 e^x \cdot (x+1) = e^x(x+1) \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx \Rightarrow$	2p
		Finalizare	1p