

**Olimpiada de matematică**  
**Faza Zonală - 16 februarie 2013**

**Clasa a V-a - barem**

1. a)  $x = (2^{28} + 5^9 - 7^{10}) : (5^9 - 7^{10} + 2^{28}) \cdot 3^{26} = 3^{26}$  2p  
 $y = 2^{100} : \left[ (6-4)^{97} + 2^{104} : 2^7 + 2^{98} \right] \cdot 2^{38} = 2^{100} : (2^{97} + 2^{97} + 2^{98}) \cdot 2^{38} =$   
 $= 2^{100} : (2^{97} \cdot 4) \cdot 2^{38} = 2^{100} : 2^{99} \cdot 2^{38} = 2^{39}$  2p
- b)  $\left. \begin{array}{l} x = 9^{13} \\ y = 8^{13} \end{array} \right| \Rightarrow x > y$  3p
2.  $25 + 30 + 35 + 33 = 123$  rezolvări 2p  
 Dacă din cei 40 de elevi, fiecare ar fi rezolvat cel mult trei probleme, am avea cel mult 120 rezolvări.  
 $123 - 120 = 3$  elevi neapărat au rezolvat toate problemele (principiul cutiei). 3p  
 Finalizare 2p
3.  $\overline{abc} = \overline{bc} \cdot 4 + \overline{bc} - 8, a, b \neq 0.$   
 $100a + \overline{bc} = 5\overline{bc} - 8$   
 $100a = 4\overline{bc} - 8 : 4$   
 $25a = \overline{bc} - 2$   
 Observăm că  $\overline{bc} - 2 \leq 97 \Rightarrow a \leq 3.$  4p  
 Pentru:  $a = 3 \Rightarrow \overline{bc} = 79$   
 $a = 2 \Rightarrow \overline{bc} = 52$   
 $a = 1 \Rightarrow \overline{bc} = 27$  3p
4. a) Fiecare echipă joacă câte 6 meciuri, deci în total sunt  $(6 \cdot 4) : 2 = 12$  meciuri. 2p  
 b) Punctajul total pe un meci este 3p puncte când o echipă câștigă și 2 puncte la meci egal. 2p  
 La egal se pierde un punct din maximum posibil. 1p  
 Punctajul maxim este 36, deci s-au pierdut 2 puncte, deci au fost 2 meciuri egale. 2p

**NOTĂ**

- Orice soluție corectă se punctează corespunzător.

**Olimpiada de matematică**  
**Faza Zonală - 16 februarie 2013**

**Clasa a VI-a – barem**

1. a)  $\left(\frac{2}{3} + 3\frac{7}{11} + \frac{235}{990}\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{40}{11} + \frac{47}{198}\right) = \left(\frac{2}{3} + \frac{40}{11} + \frac{47}{198}\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{40}{11} + \frac{47}{198}\right) = 1$  3p
- b) Avem  $B = \frac{a+6}{3a}$ , deci  $3a$  divide pe  $a+6$ . 2p  
Se obține  $a = 3$  2p
2. Fie  $d = (a, b) \Rightarrow a = da', b = db'$ ,  $a', b'$  prime între ele. Cum  $[a, b] = da'b' \Rightarrow da'b' = 15d \Rightarrow a'b' = 15$  3p  
Avem de studiat 4 cazuri:  
1)  $a' = 1, b' = 15 \Rightarrow a = 3, b = 45$   
2)  $a' = 3, b' = 5 \Rightarrow a = 15, b = 25$   
3)  $a' = 5, b' = 3$  nu convine  
4)  $a' = 15, b' = 1$  nu convine 4p
3. Fie unghiurile adiacente suplimentare  $AOB$  și  $BOC$ .  
a) Notăm  $mAOB = x \Rightarrow mBOC = 2x + 45^\circ \Rightarrow x = 45^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AOB) = 45^\circ, m(\sphericalangle BOC) = 135^\circ$  4p  
b) Fie  $m(BOE) = m(EOA) = y \Rightarrow m(DOB) = 90 - y$  și  $m(COD) = 90 - y$ . 3p
4. a) Dacă  $S$  reprezintă deplasare spre stânga și  $D$  spre dreapta atunci o variantă ar fi S-D-D-S 2p  
b) Numărul minim de mutări este 3, de exemplu S-S-D 2p  
c) Ideea este că 4 mutări consecutive pe sensul S-D-D-S lasă robotul pe loc. 173 dă restul 3 la împărțirea cu 4, deci primele trei mutări le face ca la punctul b), iar apoi tot câte patru pe schema de mai sus. 3p

**NOTĂ**

- Orice soluție corectă se punctează corespunzător.

Olimpiada de matematică  
Faza Zonală - 16 februarie 2013

## Clasa a VII-a - barem

1. a) Cu notația  $a = 3k, b = 4k$  și  $c = 5k$ , numărul  $\frac{10a + b + 4c}{a + b - c}$  devine egal cu  $27 = 3^3$  3p  
b)  $u(2012^{2013}) = 2$ ,  $u(2013^{2012}) = 1$ , deci numărul de sub radical nu e pătrat perfect. 4p
2. a) Figura 1p  
Triunghiul  $\triangle ABF$  este isoscel deoarece bisectoarea din  $A$  este și înălțime. 3p  
b) Analog și triunghiul  $\triangle ADG$  este isoscel și atunci  $[FG] \equiv [BD] \equiv [CE]$ . 3p
3. Notăm cu  $k$  valoarea comună a celor 5 module. 1p  
Avem  $a - b = \pm k$  și analoagele. 2p  
Adunând toate cele 5 relații se obține  $0 = \pm k \pm k \pm k \pm k \pm k$ , de unde singura posibilitate este  $k = 0$  și apoi concluzia. 4p
4. a) Construim înălțimea  $CM$  1p  
Avem  $MB > BC - AD \Rightarrow AB - CD > BC - AD$ . 2p  
b) Patrulaterul  $ABCM$  este dreptunghi  $\Rightarrow DM = AC$ . 1p  
 $DM + MB > BD$ . 1p  
Finalizare. 2p

## NOTĂ

- Orice soluție corectă se punctează corespunzător.

**Olimpiada de matematică  
Faza Zonală - 16 februarie 2013**

**Clasa a VIII-a - barem**

1.  $BC = 8cm \Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = 4cm$  2p  
 Din T.3  $\perp \Rightarrow EM \perp BC, EM = 8cm$  și obținem  $A_{EBC} = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32(cm^2)$ , 2p  
 Din T.3  $\perp \Rightarrow FM \perp BC, FM = 16cm$ , deci  $A_{FBC} = \frac{8 \cdot 16}{2} = 64(cm^2)$  2p  
 Cum  $A_{ABC} = 16(cm^2)$  se obține concluzia. 1p
  
2. a) Se analizează cazurile  $n = 2k$  și  $n = 2k + 1$ . 2p  
 b)  $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$  1p  
 Numerele  $AB^2, AD^2, AA'^2$  sunt de forma  $4k + 1$ . 2p  
 Suma lor este de forma  $4k + 3$  deci nu este pătrat perfect și apoi concluzia. 2p
  
3. a) Ipoteza conduce la  $(a - b)^2 \leq 0 \Rightarrow a = b$ . 2p  
 b) Cu notația  $a = 3^{x-2}$  și  $b = 3^{y+2}$  ipoteza devine  $a^2 + b^2 \leq 2ab$  de unde  $a = b \Rightarrow 3^{x-2} = 3^{y+2}$  2p  
 $\Rightarrow 3^x = 3^{y+4}$  1p  
 $\Rightarrow 3^x + 3^y = 3^y \cdot 82$  și concluzia. 2p
  
4. a) Patrulateralele  $CDFB$  și  $CDBE$  sunt paralelograme. 2p  
 $BF$  și  $BE$  sunt paralele cu  $DC$ , deci  $F, B, E$  sunt coliniare. 1p  
 b)  $B$  este mijlocul lui  $EF$ . 1p  
 $AB \perp CD \Rightarrow AB \perp EF$ ; 2p  
 Finalizare. 1p

**NOTĂ**

- Orice soluție corectă se punctează corespunzător.