

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL I

- a) Elementele mulțimii A sunt de forma $6k + 3$, $k \in \mathbb{N}$ 1 punct
 $597 = 6 \cdot 99 + 3 \Rightarrow 597 \in A$ 1 punct
 $727 = 6 \cdot 121 + 1 \Rightarrow 727 \notin A$ 1 punct
- b) $3 + 9 + 15 + \dots + 2013 = (6 \cdot 0 + 3) + (6 \cdot 1 + 3) + \dots + (6 \cdot 335 + 3) = 6 \cdot (1 + 2 + \dots + 335) + 3 \cdot 336 =$ 1 punct
 $= 6 \cdot 335 \cdot 336 : 2 + 1008 = 338688$ 1 punct
- c) Fie $S = (6 \cdot 0 + 3) + (6 \cdot 1 + 3) + \dots + [6 \cdot (n-1) + 3] = 6 \cdot (n-1) \cdot n : 2 + 3n = 3n^2$ 1 punct

$$\left. \begin{array}{l} S = 3n^2 \\ n^2 \text{ este pătrat perfect} \end{array} \right\} \Rightarrow S \text{ nu e pătrat perfect}$$
 1 punct

SUBIECTUL II

- a) $2^{497} = 2^{7 \cdot 71} = (2^7)^{71} = 128^{71}$ 1 punct
 $5^{213} = 5^{3 \cdot 71} = (5^3)^{71} = 125^{71}$ 1 punct
 Concluzie: $2^{497} > 5^{213}$ 1 punct
- b) $\left. \begin{array}{l} 10^{24} = 10^{3 \cdot 8} = (10^3)^8 = 1000^8 \\ 2^{80} = 2^{10 \cdot 8} = (2^{10})^8 = 1024^8 \end{array} \right\} \Rightarrow 10^{24} < 2^{80}$ 1 punct
 $\left. \begin{array}{l} 2^{80} = 2^{16 \cdot 5} = (2^{16})^5 = 65536^5 \\ 10^{25} = 10^{5 \cdot 5} = (10^5)^5 = 10000^5 \end{array} \right\} \Rightarrow 2^{80} < 10^{25}$ 1 punct
- c) $A = 2^{320} \cdot 5^{240} = 2^{80} \cdot 2^{240} \cdot 5^{240} = 2^{80} \cdot 10^{240}$ 1 punct
 Conform subpunctului a) $10^{24} < 2^{80} < 10^{25} \Rightarrow 10^{24} \cdot 10^{240} < 2^{80} \cdot 10^{240} < 10^{25} \cdot 10^{240}$
 Avem $10^{264} < A < 10^{265}$, deci A are 265 cifre 1 punct

SUBIECTUL III

- a) Suma numerelor inițiale este 6
 După fiecare pas suma numerelor este cu 4 mai mare decât suma numerelor anterioare 1 punct
 După n pași suma noilor numere va fi $S = 6 + 4n$ 1 punct
 $S = 258 \Rightarrow 4n + 6 = 258 \Rightarrow 4n = 252 \Rightarrow n = 63$ 1 punct
- b) La pasul p_i noul număr care apare este $i + 3$ 1 punct
 $i + 3 = 2013 \Rightarrow i = 2010$, deci 2013 apare la pasul 2012 1 punct
- c) Pe coloana a 4-a apar doar numere de forma $4k + 2$, $k \in \mathbb{N}$ 1 punct
 Deci nu există pătrate perfecte pe coloana a 4-a 1 punct

SUBIECTUL IV

- a) $115 = 35 \cdot 3 + 10 \Rightarrow 115$ este cel mai mic element din mulțimea A 1 punct
 $990 = 35 \cdot 28 + 10 \Rightarrow 990$ este cel mai mare element din mulțimea A 1 punct
- b) Fie $\left. \begin{array}{l} \overline{abc} \in A \Rightarrow \overline{abc} = 35k + 10 = 5(7k + 2) : 5 \\ \overline{abc} \in A \Rightarrow \overline{abc} = 35k + 10 = 7(5k + 1) + 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{abc} \in B \Rightarrow A \subseteq B$ 1 punct
 Fie $\overline{abc} \in B \Rightarrow \overline{abc} = 5k$ și $\overline{abc} = 7p + 3 \Rightarrow 5k = 7p + 3 \Rightarrow 5k = 5p + 2p + 3 \Rightarrow (2p + 3) : 5$
 $2p + 3 = 5t \Rightarrow 2p + 2 = 4t + t - 1 \Rightarrow (t - 1) : 2 \Rightarrow t = 2n + 1 \Rightarrow \overline{abc} = 35n + 10 \in A \Rightarrow B \subseteq A$
 Cum $A \subseteq B$ și $B \subseteq A \Rightarrow A = B$ 1 punct
- c) Construim submulțimile $A_1 = \{35 \cdot 3 + 10\}$, $A_2 = \{35 \cdot 4 + 10\}$, $A_3 = \{35 \cdot 5 + 10\}$, $A_4 = \{35 \cdot 6 + 10\}$,
 $A_5 = \{35 \cdot 7 + 10; 35 \cdot 18 + 10\}$, $A_6 = \{35 \cdot 8 + 10; 35 \cdot 19 + 10\}$, ..., $A_{15} = \{35 \cdot 17 + 10; 35 \cdot 28 + 10\}$ 1 punct
 Aplicând principiul cutiei, printre cele 16 elemente vom găsi două elemente din mulțimea A_5 sau
 A_6 sau A_7 ... sau A_{15} 1 punct
 Diferența acestor două numere este divizibilă cu 11 1 punct