INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN GORJ

OLIMPIADA DE MATEMATICA

ETAPA LOCALA

09 FEBRUARIE 2013

CLASA A V-A

SUBIECTUL I

a) Rezolvați exercițiul: $[\, 2^{48} : 2^{18} + (3^2)^{10} + 6^{47} : 6^{37}] - [\, 2^{10} \cdot 3^{10} + (2^5)^6 + 3^{13} \cdot 3^7 \,]$

b) Să se determine x astfel încât $2^{x+1} + 2^x = 48$.

SUBIECTUL II

Se considera multimile $A = \left\{ x \in N, x \geq 2, \frac{12}{2x-3}, \text{sup raunitara} \right\}$ si

$B = \left\{ x \in N, \frac{x+6}{10}, \text{subunitara} \right\}$.

Determinati $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$.

SUBIECTUL III

a) Determinati $x \in N$ cu proprietatea:

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \ldots\ldots + 2 \cdot 2012 < x^2 < 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \ldots\ldots 2 \cdot 2013 + 2 \cdot 1007$$

b)Scrieti numarul 2013 ca suma de puteri ale lui 2.

SUBIECTUL IV

a) Determinati cifrele a,b,c,d,e cu proprietatea: $\overline{abc}^{\,\overline{abc}} = 2^{\overline{cde}}$

b) Demonstrati ca pentru orice 37 de numere naturale putem gasi 7 numere dintre ele avand suma divizibila cu 7.

TOATE SUBIECTELE SUN OBLIGATORII. TIMP DE LUCRU 2 ORE. FIECARE SUBIECT ESTE NOTAT CU 7 PUNCTE

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN GORJ
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
09 FEBRUARIE 2013

CLASA A VI-A

SUBIECTUL I

Să se afle toate perechile de numere naturale (a,b) cu a și b numere prime astfel încât numărul $X = a^b + b^a$ să fie numar prim.

SUBIECTUL II

Să se afle cel mai mic număr natural nenul care împarțit, pe rând, la2,7,11, să dea resturile 1,6, respectiv 10 și să fie multiplu de 5.

SUBIECTUL III

Fie unghiurile $\measuredangle A_1OA_2, A_2OA_3, ..., A_{14}OA_{15}, A_{15}OA_1$, în jurul punctului O, astfel încât $m(\measuredangle A_1OA_2) = x^\circ, m(A_2OA_3) = 2 \cdot x^\circ, ..., m(A_{14}OA_{15}) = 14 \cdot x^\circ, m(A_{15}OA_1) = 45^\circ$

a) Aflați $m(A_3OA_{13})$

b) Arătați că printre semidreptele care formează cele 15 unghiuri în jurul lui O există semidrepte opuse și precizați-le.

SUBIECTUL IV

Fie $A, B, C \in d$, în această ordine, astfel încât $AB = 20\text{cm}$ și $7 \cdot BC = 5 \cdot AC$ (d este o dreaptă).

a) Aflați lungimile BC și AC

b) Aflați distanța dintre mijloacele segmentelor [AC] și [BC].

Timp de lucru 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.Fiecare subiect se notează cu 7 puncte.

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN GORJ
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
09 FEBRUARIE 2013

CLASA A VII-A

Subiectul 1. a) Dați exemplu de doua numere iraționale astfel încât suma, produsul și raportul lor să fie, simultan, numere raționale.

b) Dacă a, b, c, d $\in Q^*$ și $\frac{a+b\sqrt{2}}{c+d\sqrt{2}}=\sqrt{2}$, demonstrați că $\frac{a-b\sqrt{2}}{c-d\sqrt{2}}=-\sqrt{2}$

Subiectul 2. a) Rezolvați ecuația $\sqrt{a,(a)+b,(b)} = 3,(3)$, unde a ți b sunt cifre, diferite de 0 și 9.

b) Demonstrați că $\sqrt{\overline{a,a}+\overline{b,b}}$ este irațional, oricare ar cifrele nenule a și b.

Subiectul 3 Se consideră triunghiul ABC și punctele N, P, E, F – mijloacele segmentelor [AC], [AB], [BN], respectiv [CP]. Daca {G} = BN∩CP, $\{B_1\}$ =AF∩PN, $\{C_1\}$= AE∩NP, demonstrați că:

a) B_1 și C_1 sunt centrele de greutate ale triunghiurilor PCA, respectiv NAB.
b) $PC_1 = C_1B_1 = B_1$N.
c) Perimetrul triunghiului GB_1C_1 este 1/6 din perimetrul triunghiului ABC.

Subiectul 4. Se dă trapezul ABCD, cu AB||CD, AB>CD, m(A) = 90° și [AB]≡[AC]. Dacă E este mijlocul lui [BC], [CF este bisectoarea $\widehat{ACD}$, F∈ AD și {G} = AE∩BF, demonstrați că:

a) Patrulaterul AECF este trapez.
b) Există un punct egal depărtat de vârfurile patrulaterului ABCF.

Timp de lucru 3 ore

Fiecare subiect este notat cu 7p.

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN GORJ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

09 FEBRUARIE 2013

CLASA A VIII-A

SUBIECTUL I

a)(4p) Fie x,y $\in$ R, astfel încît: y = $\frac{x+1}{3}$ şi x $\in$ [-1,2) .Demonstrați că numărul a , unde a=$\sqrt{x^2+y^2+2x+1}$ + $\sqrt{x^2+y^2-4x-2y+5}$, are valoare constantă.

b) (3p) Aflati x , y $\in R$ astfel incat :

$$\sqrt{x-1936}+\sqrt{y-1936}=\frac{x+y}{88}$$

SUBIECTUL II

Fie n $\in N^*$ si $a_1, a_2, \dots, a_n$ numere întregi ,astfel încât : $a_1+a_2+\dots+a_n=0$ .Să se arate că $a_1^5+a_2^5+\dots+a_n^5$ se divide prin 15.

SUBIECTUL III

Fie cubul ABCDA'B'C'D' în care notăm cu Q centrul pătratului BCC'B'. Notăm cu P mijlocul lui [AB] şi cu S mijlocul lui [BC].Dacă DS $\cap$ CP = {M}, aflați măsura unghiului format de dreptele QM şi PC.

SUBIECTUL IV

Pe planul triunghiului dreptunghic ABC,m(< B)=90 ° se ridică perpendiculara AD .Fie M şi N proiecțiile punctului B pe dreptele AC , respectiv CD, iar P proiecția punctului A pe dreapta BD Demonstrați că:

a)(3p) (BMN) $\perp$ (ACD)

b) (4p) AP II (BMN)

Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect se noteaza cu 7 puncte