

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 9 februarie 2013

CLASA a VII- a
BAREM DE CORECTARE

1. a) numitor comun $(k-1) \cdot k \cdot (k+1)$ 1p,
 finalizare2p.

b)

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} - \frac{1}{(n+1) \cdot (n+2)} \right) \dots\dots\dots 2p,$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1) \cdot (n+2)} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{101 \cdot 102} \right) \dots\dots\dots 1p,$$

$$n = 100 \dots\dots\dots 1p.$$

2. a) $U_c(8^n) \in \{8, 4, 2, 6\}$ 1p,
 $U_c(7^m) \in \{7, 9, 3, 1\}$ 1p.
 b) $a : 5 \Rightarrow U_c(a) \in \{0, 5\}$ demonstrăm că $U_c(b) \in \{0, 5\}$,
 1) dacă $n = 4k + 1$, atunci $m = 4l + 1 \Rightarrow U_c(a) = 5 \Rightarrow U_c(b) = 5$, adică $b : 5$ 1p,
 2) dacă $n = 4k + 2$, atunci $m = 4l \Rightarrow U_c(a) = 5 \Rightarrow U_c(b) = 5$, adică $b : 5$ 1p,
 3) dacă $n = 4k + 3$, atunci $m = 4l + 3 \Rightarrow U_c(a) = 5 \Rightarrow U_c(b) = 5$, adică $b : 5$ 1p,
 4) dacă $n = 4k$, atunci $m = 4l + 2 \Rightarrow U_c(a) = 5 \Rightarrow U_c(b) = 5$, adică $b : 5$ 1p,
 Analog, $U_c(b) \in \{0, 5\} \Rightarrow U_c(a) \in \{0, 5\}$ 1p.

3. Desen1p,
 a) $m(\angle BOE) = m(\angle COF) = 90^\circ - m(\angle EOC)$ 1p,
 $m(\angle EBO) = m(\angle OCF)$, $[OB] \equiv [OC] \xrightarrow{U.L.V.} \triangle OBE \equiv \triangle OCF$ 1p,
 $[OE] \equiv [OF]$ 1p,
 b) Construim $OM \perp BC$ 1p,
 $\triangle OMF$ dreptunghic, $m(\angle F) = 30^\circ \xrightarrow{T. \angle 30^\circ} OM = \frac{OF}{2}$ 1p,
 $OM = \frac{AB}{2} \Rightarrow OF = AB$, dar $OF = OE \Rightarrow (OE) \equiv (AB)$ 1p,

4. Desen1p,
 a) $DM = \frac{DC}{2}$ 1p,
 $DC = AB$, $DC \parallel AB \Rightarrow DM$ este linie mijlocie în $\triangle NAB$ 1p,
 b) $DN \parallel BC$, $DN = BC$ ($\triangle DMN \equiv \triangle BMC$) $\Rightarrow BDNC$ paralelogram1p,
 $CD \parallel BP$, $DC = BP$ ($\triangle BCD \equiv \triangle DAB \equiv \triangle CBP$) $\Rightarrow BPCD$ paralelogram1p,
 c) În $\triangle NAP$, AC și NB sunt mediane $\Rightarrow T$ este centrul de greutate al triunghiului1p,
 D este mijlocul laturii $[NA] \Rightarrow PD$ este mediană, deci D, T, P sunt coliniare1p.