

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
etapa locală – 9 februarie 2013

CLASA A VII-A

SUBIECTE

I. Fie $a, b, c \in \mathbf{Q}^*$ astfel încât

$$\frac{3a + 4b + 5c}{2a + 3b} = \frac{3b + 4c + 5a}{2b + 3c} = \frac{3c + 4a + 5b}{2c + 3a}$$

Aflați

$$A = \sqrt{\left(\frac{3a + 4b + 5c}{2a + 3b} + \frac{3b + 4c + 5a}{2b + 3c} + \frac{3c + 4a + 5b}{2c + 3a}\right) \cdot \frac{1}{5}}$$

II. Arătați că $\sqrt{2013^{2012} + 2012^{2013}} \notin \mathbf{Q}$ și $\sqrt{6^n + 2013} \notin \mathbf{Q}$ pentru orice număr natural n .

III. În triunghiul ABC , D este mijlocul segmentului BC și $2 \cdot AD = BC$. Fie $DE \perp AC$, $E \in (AC)$, F simetricul lui E față de punctul D , G mijlocul segmentului FC și $\{H\} = BF \cap EG$. Demonstrați că punctele A, D, H sunt coliniare.

(G.M. nr. 7-8-9/2011)

IV. În triunghiul ascuțitunghic ABC , cu $[AB] \equiv [AC]$, mediatoarea laturii $[AB]$ intersectează BC în N . Bisectoarea $\sphericalangle ABC$ intersectează AN în E , iar bisectoarea $\sphericalangle NAC$ intersectează BC în L . Demonstrați că patrulaterul $LEAC$ este trapez.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Timp de lucru: trei ore

Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.