

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SIBIU

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ, 09.02.2013
Clasa a V-a

1. (7p) Determinați numerele naturale care, împărțite la 9, dau câtul \overline{ab} pătrat perfect, iar restul $a + b$.

Maria Ghiță

2. (7p) Un biciclist își propune să parcurgă drumul Sibiu-Târgu Jiu în 3 zile. În prima zi a parcurs un sfert din drum, iar a doua zi jumătate din rest, străbătând astfel 210 km în două etape. Aflați câți kilometri mai are de parcurs în ultima zi.

Felicia Brodețchi

3. (4p) a) Demonstrați că numărul $(3^{3n+2} : 9^n)^2 + (19 \cdot 2^{2n} \cdot 81^n) : (4^n \cdot 3^{2n})$ este pătrat perfect.

Diana Făgeșan

(3p) b) Scrieți numărul 9^{2011} ca o sumă de două cuburi perfecte.

GMB2011

4. (7p) Într-o cutie sunt bile roșii, galbene și verzi. Numai 17 dintre ele nu sunt verzi și numai 29 nu sunt roșii. Cele roșii sunt de două ori mai puține decât cele verzi. Determinați numărul bilelor de fiecare culoare.

Liviu Cocariu-Ardelean

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

 Timp efectiv de lucru: 2 ore.

Barem de corectare OLM Clasa a V-a, 2013

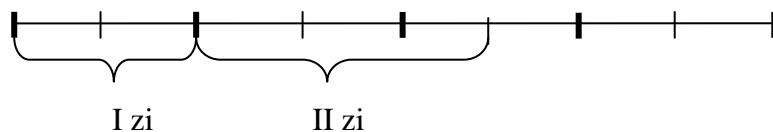
1. $n = 9 \cdot \overline{ab} + (a + b)$, unde $a + b < 9$ (2p)

\overline{ab} este pătrat perfect și $a + b < 9 \Rightarrow \overline{ab} \in \{16; 25\}$ (3p)

$\Rightarrow n \in \{151; 232\}$ (2p)

2. Metoda figurativă:

Reprezentarea grafică a etapelor de parcurgere a drumului:(3p)



5 părți egale = 210 km(2p)

o parte = 210 km : 5 = 42 km(1p)

distanța parcursă în a treia zi = 3 · 42 km = 126 km(1p)

3. a) $(3^{3n+2} : 9^n)^2 + (19 \cdot 2^{2n} \cdot 81^n) : (4^n \cdot 3^{2n}) =$

$(3^{3n+2} : 3^{2n})^2 + (19 \cdot 2^{2n} \cdot 3^{4n}) : (2^{2n} \cdot 3^{2n}) =$ (1p)

$(3^{n+2})^2 + 19 \cdot 3^{2n} = 3^{2n+4} + 19 \cdot 3^{2n} =$ (1p)

$3^{2n}(3^4 + 19) = 3^{2n}(81 + 19) = 3^{2n} \cdot 100 = (3^n \cdot 10)^2$ (2p)

b) $9 = 1 + 8 = 1^3 + 2^3$ (1p)

$9^{2011} = 9^{2010} \cdot 9 = 9^{2010} \cdot (1^3 + 2^3) =$ (1p)

$(9^{670})^3 \cdot (1^3 + 2^3) = (9^{670})^3 \cdot 1^3 + (9^{670})^3 \cdot 2^3 = (9^{670})^3 + (9^{670} \cdot 2)^3$ (1p)

4. Fie $A =$ mulțimea bilelor roșii, $B =$ mulțimea bilelor galbene, $C =$ mulțimea bilelor verzi, unde A, B, C sunt disjuncte două câte două.....(1p)

Avem: $cardA + cardB = 17$, $cardB + cardC = 29$ (2p)

Scădem prima relație din a doua și obținem $cardC - cardA = 12$ (1p)

Dar $cardC = 2 \cdot cardA \Rightarrow cardA = 12, cardB = 5, cardC = 24$ (3p)