

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI
Etapa locală-9 februarie 2013

Filiera teoretică: profilul științele naturii

Clasa X

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x + 4, & x \in (-\infty, 1] \\ mx + 4, & x \in (1, \infty) \end{cases}$.
 - a) Pentru $m = -2$ trasați graficul funcției
 - b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, pentru care funcția este surjectivă.
2. Să se rezolve în numere întregi ecuația:
$$\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{1007}} + \frac{1}{\sqrt{2013-x}+\sqrt{1007}} = \frac{2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{2013-x}}.$$
3. a) Așezați în ordine crescătoare numerele $1, \frac{1}{2}\ln 4, \ln(\sqrt[3]{27}), \pi$.
b) Fie a, b, c trei numere reale mai mari ca 1. Să se afle valoarea minimă a expresiei
 $E = \log_a(bc) + \log_b(ca) + \log_c ab$.
4. a) Rezolvați în numere reale ecuația $3^x - 4^x = \sqrt{9^x - 12^x}$.
b) Rezolvați în numere reale sistemul $\begin{cases} 3^x + 3^y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.