

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

Etapa locală-9 februarie 2013

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Clasa XI

1. Fie $A, B, C, D \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ astfel încât $X+Y=XY$, pentru orice $X, Y \in \{A, B, C, D\}$. Să se arate că $2(A+B+C+D)=ABCD$.

2. a) Fie a, b, c lungimile laturilor unui triunghi, iar h_a, h_b, h_c înălțimile corespunzătoare. Să se calculeze valoarea determinantului $\begin{vmatrix} 1 & a & h_b h_c \\ 1 & b & h_c h_a \\ 1 & c & h_a h_b \end{vmatrix}$.

b) Să se scrie sub formă de produs valoarea determinantului

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-a-c & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

3. Să se calculeze următoarele limite:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$ unde $a, b > 0$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$.

4. Să se determine a, b, c numere reale astfel încât funcția $f: \mathbb{R} - \{-c\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x + c}$ să aibă ca asimptote drepte de ecuații $x=1$ și $y=x+2$ iar punctul $P(2,6)$ să fie un punct al graficului.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.