

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 9.02.2013**

CLASA a V-a

SUBIECTUL 1

Comparați numerele: $x = 2^{222} + 2^{202}$ și $y = 2^{221} + 2^{220} + 2^{212}$.

RMT 4/2008

SUBIECTUL 2

Fie numărul $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{511}$.

- a) Arătați că numărul $A + 1$ este divizibil cu 512.
- b) Aflați restul împărțirii numărului $A - 1$ la 512.

SUBIECTUL 3

- a) Dați un exemplu de triplet (a, b, c) , unde a, b, c și $(a + b + c):3$ sunt patru pătrate perfecte diferite.
- b) Arătați că există o infinitate de triplete (a, b, c) , unde a, b, c și $(a + b + c):3$ sunt patru pătrate perfecte diferite.

SUBIECTUL 4

- a) Aflați numerele de forma \overline{abc} , știind că \overline{abc} împărțit la \overline{bc} dă câtul 3 și restul 4.
- b) Aflați numerele de forma \overline{abcd} , știind că \overline{abcd} împărțit la \overline{bcd} dă câtul 33 și restul 32.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 9.02.2013**

CLASA a VI-a

SUBIECTUL 1

Determinați cel mai mic număr natural n , de patru cifre, știind că $n - 19$ este divizibil cu 28 și $n - 31$ este divizibil cu 36.

SUBIECTUL 2

Aflați numerele prime a, b, c , știind că $a + b = 380$ și $6a + 15b + 29c = b^4$.

SUBIECTUL 3

- a) Aflați măsura unui unghi, știind că măsura complementului său este cu 55° mai mică decât două treimi din măsura suplementului său.
- b) Unghiurile AOB și BOC sunt neadiacente suplementare. Aflați măsurile lor, știind că bisectoarea unghiului BOC formează cu [OA un unghi având măsura cu 5° mai mare decât măsura unghiului BOC.

SUBIECTUL 4

Triunghiurile isoscele ABC și DBC au aceeași bază [BC] și interioarele disjuncte.

Dacă $M \in (AB)$, $N \in (AC)$, astfel încât $AM = AN$, iar $MD \cap BC = \{E\}$, $ND \cap BC = \{F\}$, demonstrați că $ME = NF$ și $\angle FMN \equiv \angle ENM$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore.

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 9.02.2013**

CLASA a VII-a

SUBIECTUL 1

Rezolvați ecuația: $\frac{1}{1} \left(\frac{x}{2012} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2012} + \frac{2}{3} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{2012} + \frac{3}{4} \right) + \dots + \frac{1}{2012} \left(\frac{x}{2012} + \frac{2012}{2013} \right) = \frac{x}{2013}.$

RMT 1/2009(ENUNȚ ACTUALIZAT)

SUBIECTUL 2

- a) Scrieți numărul $\frac{1}{2013}$ ca sumă de două fracții cu numărătorul 1 și numitori diferiți.
- b) Arătați că numărul $\frac{1}{2013}$ se scrie ca suma a 2013 fracții cu numărătorul 1 și numitori diferiți.

SUBIECTUL 3

În rombul ABCD, $m(\hat{A}) = 60^\circ$, M și N sunt mijloacele laturilor [AB], respectiv [BC]. Dacă $AN \cap BD = \{P\}$ și $AN \cap DM = \{Q\}$, arătați că rapoartele $\frac{PQ}{PN}$ și $\frac{DQ}{DM}$ au aceeași valoare și să se determine această valoare.

SUBIECTUL 4

În triunghiul ABC, $m(\hat{A}) = 120^\circ$, $AB = 42$ cm, $AC = 56$ cm, iar [AD este bisectoare, $D \in (BC)$. Aflați lungimea segmentului [AD].

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 9.02.2013**

CLASA a VIII-a

SUBIECTUL 1

Rezolvați în numere întregi ecuația:
$$\frac{1}{x + y + \sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x + y - \sqrt{x^2 + y^2}} = -\frac{1}{2}.$$

RMT 4/2009

SUBIECTUL 2

Fie $a \geq b > 0$, m_a , m_g media aritmetică, respectiv media geometrică a numerelor a și b , atunci

$$\frac{m_a}{m_g} + \frac{m_g}{m_a} \leq \frac{a}{b} + \frac{b}{a}.$$

RMT 4/2010

SUBIECTUL 3

Se consideră cubul $ABCD A'B'C'D'$ și M , N , P , Q mijloacele segmentelor $[BC]$, $[AA']$, $[DD']$, $[BC']$.

- Aflați măsura unghiului dintre $D'Q$ și $A'B$.
- Demonstrați că planele $(D'NQ)$ și (AMP) sunt paralele, iar dacă lungimea muchiei cubului este de 12 cm, determinați distanța dintre ele.

SUBIECTUL 4

În prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$, M este mijlocul segmentului $[A'B']$, $AB=AA'=12$ cm.

- Aflați distanța de la punctul B' la dreapta de intersecție a planelor (AMC') și (ABC) .
- Dacă $\{N\} = BB' \cap (AMC')$ și $\{P\} = BC \cap (AMC')$, determinați aria triunghiului ANP .

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore.