

**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL
EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI
01 FEBRUARIE 2013**

SUBIECT

M_{mate-info} pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică și pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Pe lucrare se trec rezolvările complete.

I. THEMA

(30 Puncte)

- 5p 1. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $|x-1| = 2x-5$.
- 5p 2. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Ungleichung $\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{2}$.
- 5p 3. Bestimme die komplexe Zahl z , die folgende Eigenschaft hat: $z + 2\bar{z} = 6 + i$.
- 5p 4. Bestimme die Anzahl der Teilmengen der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, die das Element 1 nicht enthalten.
- 5p 5. Bestimme die Lösungen der Gleichung $\sin x + \cos x = 0$, die dem Intervall $(0, 2\pi)$ entsprechen.
- 5p 6. Im carthesischem Achsensystem xOy , bestimme die Koordinaten des Symmetriepunktes des Ursprungs des Koordinatensystems, im Bezug auf der Geraden der Gleichung $x - 2y - 1 = 0$.

II. THEMA

(30 Puncte)

- 5p 1. In der Menge $M_2(\mathbb{R})$ sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Bestimme die Summe der Elemente der Matrix $A^2 - 5A + 6I_2$.
- 5p b) Zeige, dass für jede natürliche Zahl $n \geq 1$, es eine natürliche Zahl x_n gibt so, dass $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & x_n \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$.
- 5p c) Beweise für die Zahlen x_n , die im vorigem Punkte definiert worden sind, dass x_n durch 5 teilbar ist, dann und nur dann, wenn n eine gerade Zahl ist.
2. Es sei $a \in \mathbb{Z}$ und die Verknüpfung „ \circ “, definiert auf die Menge der ganzen Zahlen durch $x \circ y = axy + (a+1)(x+y+1)$, für alle $x, y \in \mathbb{Z}$.
- 5p a) Zeige, dass die Verknüpfung „ \circ “ assoziativ ist.
- 5p b) Zeige, dass -1 das neutrale Element der Verknüpfung „ \circ “ ist.
- 5p c) Bestimme die Elemente die ein symmetrisches Element zulassen, bei dieser Verknüpfung, im Fall $a = -2$.

III. THEMA

(30 Puncte)

1. Es sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ und die Folge $(x_n)_{n \geq 1}$, in der $x_1 = 1$, $x_{n+1} = f(x_n)$.
- 5p a) Berechne die Ableitung der Funktion f .
- 5p b) Bestimme die Monotonie der Folge $(x_n)_{n \geq 1}$.
- 5p c) Zeige, dass $f(x+e) - f(x) \leq e$, für alle $x \in \mathbb{R}$.
2. Es seien die Funktionen $f_0: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_0(x) = \arctg x$ și $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n \arctg x$, wobei $n \in \mathbb{N}^*$.
- 5p a) Zeige, dass die Funktion $F: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = f_0(x) + f_2(x) - x$ eine Stammfunktion der Funktion $2f_1$ ist.
- 5p b) Beweise, dass die Folge $(I_n)_{n \geq 0}$, gegeben durch die Beziehung $I_n = \int_0^1 f_n(x) dx$, die Limes 0 hat.
- 5p c) Untersuche ob $(n+1) \int_0^1 f_n(x) dx + (n-1) \int_0^1 f_{n-2}(x) dx = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}$, für alle $n \geq 2$.