Prezenta fişă de activitate se raportează la programa ***M_tehnologic*** pentru filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale şi protecţia mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

CLASA a X-a - 3ore/săpt. (TC+CD) Competenţe specifice	**Conţinuturi**
1. Identificarea caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră şi a formei de scriere a unui număr real **2. Compararea** şi **ordonarea** numerelor reale **3. Aplicarea** unor algoritmi specifici calculului cu puteri, radicali, logaritmi **4. Alegerea** formei de reprezentare a unui număr real în vederea optimizării calculelor **5. Alegerea** strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor **6. Determinarea** unor analogii între proprietăţile operaţiilor cu numere reale scrise în forme variate şi utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuaţii	**Numere reale** - Proprietăţi ale puterilor cu exponent întreg ale unui număr real, aproximări raţionale pentru numere reale - Media aritmetică, media ponderată, media geometrică, media armonică - Radical dintr-un număr raţional (ordin 2 sau 3), proprietăţi ale radicalilor - Noţiunea de logaritm, proprietăţi ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operaţia de logaritmare

1. Noţiunile de putere şi radical:

Preliminarii:

$3+3+3+3+3+3+3=(\ )\cdot(\ )$; $3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3=(\ )^{(\ )}$

Scriere: a^b, a **- bază,** b **- exponent.**

Cazuri particulare:

$a^0=$____; condiţie pentru a: _______; $a^1=$__________;

P1: $2^3\cdot2^5=(2\cdot2\cdot2)\cdot(2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2)\overset{asociativitate}{=}2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=2^{(\ )}$;

Generalizare: $a^{(\ )}\cdot a^{(\ )}=a^{(\ )+(\ )}$;

Aplicaţii:

a) $3^7\cdot3^8=3^{\_\_+\_\_}=3^{\_\_}$;

b) Dacă $5^3\cdot5^x=5^{10}$, atunci $x=$__;

c) Câte perechi ordonate (a,b) de numere naturale, cu $a>b$ verifică relaţia de egalitate $7^a\cdot7^b=7^{11}$?

d) Dacă $3^{x^2}=81$, atunci $x\in\{\_\_,\_\_\}$.

P2: $4^7:4^2=\frac{4^{\cdots}}{4^2}=\frac{4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4}{4\cdot4}=4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4=4^{\cdots}=4^{\cdots-\cdots}$;

Generalizare: $a^{\cdots}:a^{\cdots}=\frac{a^{\cdots}}{a^{\cdots}}=a^{\cdots-\cdots}$, condiţie pentru a: _______.

Aplicații:

a) $6^5 : 6^4 = 6^{\dots - \dots} = 6^{\dots}$;

b) Dacă $5^8 : 5^x = 5^2$, atunci $x =$ __ ;

c) Dacă $11^x : 11^3 = 11^{11}$, atunci $x =$ __ ;

d) Determinați câte perechi (a,b) de numere naturale mai mici sau egale cu 5 verifică relația de egalitate $2^a : 2^b = 1$;

e) Precizați valoarea de adevăr a propoziției p: "Orice putere de bază 2 și de exponent număr natural este un număr par.";

f) Dați exemplu de o sumă de 5 puteri de bază 4 și de exponenți diferiți pentru care rezultatul sumei este un număr impar.

P3: Completați următorul calcul: $\frac{2^3}{2^7} = \begin{cases} \frac{2\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2} = \frac{1}{2^{\dots}}; \\ 2^{3-\dots} = 2^{\dots}; \end{cases}$. Ce sens putem să-i dăm scrierii 3^{-5}?

Generalizare: $a^{-1} = \frac{1}{\dots}$; $a^{\dots\dots} = \frac{1}{a^n}$; pentru $n \in \mathbb{N}$, condiția pentru a: ______________ **(puteri cu exponent întreg negativ)**

Aplicații:

a) $3^{-4} = \frac{1}{3^{\dots}} = \frac{1}{8\dots} = \dots\dots^{-1}$;

b) Precizați valoarea de adevăr a propoziției p: "$3^{-3} = -3^3$"?;

c) Precizați valoarea de adevăr a propoziției q: "$(-3)^3 = -3^3$"?

d) Precizați valoarea de adevăr a propoziției r: "$(-3)^4 = -3^4$"?

e) Calculați : $2^3 + 2^{-3} + (-2)^3 + (-2)^{-3} =$ ______________________________ ;

f) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^{\dots\dots}$.

P4:

a) Completați astfel încât să obținem adevăr : $4^{\dots} = 4^5$; $\dots^7 = 5^7$;

b) Dacă $a^3 = b^3$, atunci în mulțimea numerelor reale $a(\ )b$ (se va completa cu <,> sau =) ;

c) Dacă $a^4 = b^4$, atunci în mulțimea numerelor reale $a(\ )b$ sau $a(\ )-b$ (se va completa cu <,> sau =) ;

d) Dacă $4^a = 4^b$, atunci în mulțimea numerelor reale $a(\ )b$ (se va completa cu <,> sau =) ;

e) Precizați valoarea de adevăr a propoziției: "Dacă $1^a = 1^b$, atunci $a = b, a, b$ naturale "

f) Dacă $(-1)^a = (-1)^b$, ce putem spune despre numerele naturale a și b ?

g) Dacă $0^a = 0^b$, ce putem spune despre numerele naturale a și b ?

Concluzii: Dacă două puteri egale au același exponent întreg impar, atunci______________________;
dacă două puteri egale au același exponent întreg par, atunci ______________________;
dacă două puteri egale au aceeași bază diferită de ___, ___ și ___, atunci exponenții sunt egali cu ___.

P5: Calculaţi: $2^3\cdot2^3\cdot2^3\cdot2^3\cdot2^3=\begin{cases}2^{3+...+...+...+...}=2^{3\cdot...}\\ \left(2^3\right)^{.....}\end{cases}$; deci $\left(2^3\right)^{.....}=2^{....\cdot5}=\left(2^5\right)^3$;

Generalizare: $\left(a^n\right)^m=a^{....\cdot m}=a^{m\cdot....}=\left(a^{....}\right)^n$.

Aplicaţii:

a) $\left(3^2\right)^6=3^{.....\cdot.....}$;

b) $\left(4^2\right)^{-1}=\frac{.....}{16}$;

c) $\left(5^{-2}\right)^{-3}=\frac{1}{5^{......}}$;

d) $\left\{\left[\left(2^{-2}\right)^{-1}\right]^0\right\}^{2012}=$................;

e) $2^3\cdot4^5=2^3\cdot\left(...^2\right)^5=2^{.....}$

P6: calcul cu puteri:

calcul direct: $1^0+2^1+3^2+4^3=$ ________________________;

factor comun, când avem puteri de aceeaşi bază: $2^{2011}+2^{2014}=$ __________; $2^4+4^2=$ _______________;

sume de puteri: $1+2+2^2+2^3+...+2^{20}=$ ____;

rescrierea bazelor: $\frac{16^3\cdot15^6}{6^5\cdot10^6}=$ ____________________________________

P7:

a) $\sqrt{4}=$.......; $\sqrt{9}=$........., $\sqrt{1,21}=\sqrt{\frac{121}{.......}}=\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{......}}=\frac{-}{-}=1,....$.

Ce reprezintă $\sqrt{4}$? Acel număr pozitiv care ridicat la puterea a ...... este egal cu .....

Ce este $\sqrt{2}$? Acel număr real pozitiv care .... este egal cu ....;

b) Soluţiile reale ale ecuaţiei $x^2=16$ sunt $\pm$.....;

c) Soluţia reală pozitivă a ecuaţiei $x^2=3$ este ....., iar cea negativă este .....;

d) Conform definiţiei $\sqrt{5}$ reprezintă unica soluţie pozitivă a ecuaţiei $x^2=5$, deci $\left(\sqrt{5}\right)^2=$......;

e) $\left(\sqrt{7}\right)^2=$.....;

f) $\sqrt{11^2}=$....; $\sqrt{(-3)^2}=$.....;

Generalizare: $\sqrt{x^2}=|x|$.

Are sens în mulţimea numerelor reale scrierea $\sqrt{-5}$? _____.

Există soluţii reale pentru ecuaţia $x^2=-5$?_____

P8: Comparați $\sqrt{7}$......0; $\sqrt{10}$.......0; $\sqrt{1,3}$.....0; $\sqrt{\sqrt{5}}$.....0; $\sqrt{0}$......0;

Generalizare: oricare ar fi numărul real x, $\sqrt{x} \geq 0$;

De asemenea, cum radicalul este soluție a unei ecuații de forma $x^2 = a$, pentru a avea sens, trebuie ca a......0 (alegeți între <,> sau =);

condiție de existență a radicalilor de ordinul 2: există $\sqrt{x}$ dacă și numai dacă $x \geq 0$.

P9: cum $\left(2^3\right)^2 = 2^6$, completați pentru a reprezenta un adevăr:

$\left(2^5\right)^{....} = 2^{15}$; $\left(2^{.....}\right)^4 = 2^8$; $\left(2^{....}\right)^2 = 2^1 = \left(\sqrt{\ }\right)^2$; $\left(3^2\right)^{......} = 3^1 = \sqrt{.....^2}$;

Putem da un sens scrierii $7^{\frac{1}{2}}$?

Extinzând proprietatea P5, dacă scrierea anterioară este ridicată la puterea a doua se obține

$\left(7^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 7^{\frac{1}{2}\cdot 2} = 7^1 = 7$, deci reprezintă acel număr pozitiv care ridicat la puterea a doua ia valoarea 7, deci este o scriere similară pentru $\sqrt{7}$;

Generalizare: $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$, cu condiția $x \geq 0$.

Aplicații:

$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{......}$; $19^{\frac{1}{2}} = \sqrt{.......}$; $\sqrt{23} = 23^{\left(\frac{}{}\right)}$;

$\sqrt{2^5} = \left(2^5\right)^{\frac{.....}{2}} = 2^{5\cdot......} = 2^{\left(\frac{}{}\right)}$;

Generalizare: $\sqrt{x^m} = x^{\frac{m}{2}}$, cu condiția $x \geq 0$, m natural nenul;

P10: Rescrieți: $5^1 = 5^{\left(\frac{3}{......}\right)} = 5^{\frac{1}{3}\cdot 3} = \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{......}$, deci $5^{\frac{1}{3}}$ reprezintă acel număr care ridicat la puterea a 3-a are ca rezultat numărul 5. Notăm în acest caz $5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$;

Generalizare: $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ și reprezintă o expresie care ridicată la puterea $n, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ are ca rezultat numărul x, x număr real pozitiv → **radicalul de ordin n.**

$\sqrt[3]{8} =$ acel număr care ridicat la puterea a ...... are ca rezultat numărul 8; deci $\sqrt[3]{8} =$.....;

$\sqrt[4]{625} =$ acel număr care ridicat la puterea a ...... are ca rezultat numărul ....; deci $\sqrt[4]{625} =$.....;

$2 = \sqrt[4]{........}$; $6 = \sqrt[3]{.......}$; $4 = \sqrt[...]{64}$; $2 = \sqrt{......} = \sqrt[3]{.....} = \sqrt[...]{16} = \sqrt[5]{.......}$;

Comparați: $\sqrt[3]{27}$........$\sqrt{9}$.

P11: Rescrieţi ca putere $\sqrt[3]{5^2}=\left(5^2\right)^{\frac{1}{\cdots\cdots}}=5^{\frac{\cdots\cdots}{3}}$;

Generalizare: $\sqrt[n]{a^m}=a^{\left(\frac{\ }{\ }\right)}$, a număr real pozitiv, m,n numere naturale, n≥2→ **puteri cu exponent număr raţional.**

Aplicaţii:

$\sqrt[3]{2^2}=2^{\left(\frac{\ }{\ }\right)}$; $\sqrt{2^3}=2^{\left(\frac{\ }{\ }\right)}$; $\sqrt{3}=3^{\left(\frac{1}{\ }\right)}=3^{\left(\frac{2}{\ }\right)}=\sqrt[4]{3^{\cdots\cdots}}=\ldots\ldots^{\left(\frac{3}{\ }\right)}=\sqrt[\cdots]{3^6}$ → **transformarea ordinului unui radical;**

Generalizare: $\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[n\cdots]{a^{m\cdot k}}$ **(în anumite condiţii de bună definire).**

P12:

Compararea radicalilor prin aducere la acelaşi ordin: pentru a compara $\sqrt[6]{3}=3^{\left(\frac{1}{\cdots\cdots}\right)}$ faţă de $\sqrt[4]{2}=2^{\left(\frac{1}{\cdots\cdots}\right)}$ rescriem expresiile ca puteri de exponenţi raţionali cu acelaşi numitor; numitorul comun dintre ordinele 4 şi 6 este ....., deci $\sqrt[6]{3}=3^{\left(\frac{\ }{12}\right)}=\sqrt[12]{3^{\cdots\cdots}}$, iar $\sqrt[4]{2}=2^{\left(\frac{\cdots\cdots}{12}\right)}=\sqrt[12]{2^{\cdots\cdots}}$; comparăm $3^{\cdots\cdots}$........$2^{\cdots\cdots}$, deci $\sqrt[6]{3}$............$\sqrt[4]{2}$;

Aplicaţie:

Comparaţi $\sqrt[3]{4}$ _____ $\sqrt[4]{6}$: ____.

P13: radicali de ordin par/radicali de ordin impar:

$\sqrt[4]{81}=$............; $\sqrt[3]{64}=$..........; $\sqrt[3]{-64}=\sqrt[3]{(-4)^{\cdots\cdots}}=$.....;

Generalizare: scrierea $\sqrt[2k]{x}$ are sens numai pentru $x\geq 0$; scrierea $\sqrt[2k+1]{x}$ are sens pentru oricare $x\in$.......

Aplicaţii:

Să se determine valorile reale ale lui x pentru care este bine definit radicalul $\sqrt[4]{x+3}$:

____;

Să se determine valorile reale ale lui x pentru care este bine definit radicalul $\sqrt[3]{x+4}$;

Să se determine valorile reale ale lui x pentru care este bine definit radicalul $\sqrt[3]{\frac{x+3}{x-1}}$:

____;

Să se determine valorile reale ale lui x pentru care este bine definit radicalul $\sqrt{\frac{x+3}{x-1}}$:

____

____

____

____

____

P 14: înmulţirea radicalilor:

$\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}=$ _______________________; $\sqrt{15}\cdot\sqrt{5}=$ _______________________;

$\sqrt{(-4)\cdot(-9)}=\sqrt{.....}\cdot\sqrt{.....}=.....\cdot.....=.....$; $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[6]{2}=\sqrt[...]{2^3}\cdot\sqrt[6]{2^{.....}}\cdot\sqrt[6]{2}=\sqrt[6]{..........}=....$; $\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{....}=\sqrt[4]{3^5}$;

Generalizare:

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{....\cdot....}$, pentru orice $a,b.......0$;

$\sqrt[2n+1]{a}\cdot\sqrt[2n+1]{b}=\sqrt[2n+1]{.....\cdot......}$;, pentru orice $a,b\in.....$;

$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[m]{b}=\sqrt[k]{a}\cdot\sqrt[k]{b}=\sqrt[k]{a\cdot b}$, unde $k=..................(m,n)$;

P 15: împărţirea radicalilor:

$\sqrt{24}:\sqrt{6}=......$; $\sqrt[3]{5}:\sqrt{5}=\frac{\sqrt[3]{5}}{......}=\frac{\sqrt[6]{5^{......}}}{\sqrt[6]{.......}}=\sqrt[6]{........}$;

P 16: scoterea factorilor de sub radical:

$\sqrt{24}=\sqrt{2^{....}\cdot3^1}=\sqrt{2^{....}}\cdot\sqrt{3}=....\cdot\sqrt{3}$; $\sqrt{45}=3\sqrt{......}$; $\sqrt[3]{-54}=....\sqrt[3]{54}=-\sqrt[3]{3^3\cdot....}=-....\sqrt[3]{2}$;

Generalizare: $\sqrt{a^{2k}\cdot b}=\sqrt{a^{2k}}\cdot\sqrt{......}=|a|^{....}\cdot\sqrt{b}$; dacă $a,b\geq0$ atunci $\sqrt[n]{a^{nk}\cdot b}=a^{.....}\cdot\sqrt[n]{b}$;

deci $\sqrt{x^2\cdot y^6}=$..

P 17: introducerea unui factor sub radical:

$3\sqrt{2}=3^1\cdot\sqrt{2}=3^{\frac{....}{2}}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{3^{.....}}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{3^2\cdot.....}$; $-5\sqrt{3}=....\sqrt{5^2\cdot3}$; $2\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2^{....}}\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2^{....}}$;

$5\sqrt[4]{2}=\sqrt[4]{....^4\cdot2}$;

Generalizare: pentru orice $x,y\geq0$ avem $x\sqrt{y}=\sqrt{x^2\cdot y}$; pentru orice $x,y\in.....$, avem $x\sqrt[3]{y}=\sqrt[3]{.....^3\cdot y}$;

P18: adunarea/scăderea radicalilor:

$\sqrt{2}+3\sqrt{2}=.....\cdot\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}-5\sqrt{3}=......$; $\sqrt{8}+\sqrt{2}=...\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\cdot\sqrt{.....}$; $\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2}\cdot\left(\sqrt[3]{.....}+1\right)$;

$\frac{\sqrt{8}+\sqrt{20}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}=\frac{....\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{...}\right)}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}=.....$;

P 19: raţionalizarea numitorilor:

$\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{2\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{.....}}=\frac{2\sqrt{7}}{......}$; $\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{.....}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{......}}{3}=\frac{\sqrt{6}}{.....}$; $\frac{5}{\sqrt[3]{4}}=\frac{5}{\sqrt[3]{2^2}}=\frac{5\cdot\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt[3]{....}}=\frac{5\cdot\sqrt[3]{2}}{......}$;

Generalizare:

Pentru orice $b.....0$, avem $\frac{a}{\sqrt{b}}=\frac{a\cdot\sqrt{b}}{\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{....}$; pentru orice $b.....0$, avem $\frac{a}{\sqrt[3]{b}}=\frac{a\cdot\sqrt[3]{.....}}{\sqrt[3]{b}\cdot\sqrt[3]{b^2}}=\frac{a\cdot\sqrt[3]{.....}}{b}$;

$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{3\cdot\left(\sqrt{3}.....\sqrt{.....}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{3\cdot\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{3-...}=...............$;

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}.....\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{5-3}=\frac{.....-2\sqrt{15}}{2};$$

Generalizare:

Pentru orice $b,c.....0, b \neq .....$, avem

$$\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}=\frac{a\cdot(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{(\sqrt{b}-\sqrt{c})\cdot(\sqrt{....}+\sqrt{c})}=\frac{a\cdot(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{....-...};\quad \frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}=\frac{a\cdot(\sqrt{b}-\sqrt{c})}{(\sqrt{b}+\sqrt{c})\cdot(\sqrt{....}-\sqrt{c})}=\frac{a\cdot(\sqrt{b}-\sqrt{c})}{....-...}.$$

P20: **puteri cu exponent real:**

Ce semnificație putem da scrierii $2^{\sqrt{2}}$?

De exemplu, putem folosi aproximările numerelor reale, prin lipsă sau prin adaos astfel:

→ cum $1<\sqrt{2}<2$, rezultă că $2^1<2^{\sqrt{2}}<2^2$, deci reprezintă un număr cuprins în intervalul $I_1=(2,4)$;

→ cum $1,4<\sqrt{2}<1,5$, rezultă că $2^{1,4}<2^{\sqrt{2}}<2^{1,5}$, deci reprezintă un număr cuprins în intervalul $I_2=(2^{1,4},2^{1,5})$, deci un interval de lungime mai mică decât cel anterior, conținut în primul, $I_2 \subset I_1$;

→ cum $1,41<\sqrt{2}<1,42$, rezultă că $2^{1,41}<2^{\sqrt{2}}<2^{1,42}$, deci reprezintă un număr cuprins în intervalul $I_3=(2^{1,41},2^{1,42})$, deci un interval de lungime mai mică decât cel anterior, conținut în primul, $I_3 \subset I_2 \subset I_1$;

Putem continua acest raționament, de fiecare dată intervalul în care încadrăm expresia $2^{\sqrt{2}}$ având o lungime din ce în ce mai mică. Considerând parcurgerea unui număr infinit de etape, lungimea intervalului *tinde* către 0, adică spre un număr care reprezintă valoarea reală a expresiei $2^{\sqrt{2}}$.

Ce reprezintă însă $2^{1,4}$?

Același număr care este scris sub formă de exponent fracție ....: $2^{1,4}=2^{\frac{.....}{10}}=2^{\frac{7}{.....}}=\sqrt[5]{2^{.....}}$.

P21: **condiții de bună definire a puterilor de exponent real:**

Dacă $r\in\mathbb{R}$, atunci legea $f(r)=a^r$ se definește numai pe mulțimea numerelor reale strict pozitive și, în concluzie, va reprezenta un număr real strict mai mare decât 0.

2. Noțiunea de logaritm:

Preliminarii:

Scrierea $5^3=125$ poată fi citită în următoarele moduri:

a) 5 este .... care se ridică la puterea a 3 pentru a obține numărul ......;

b) ...... este puterea a ....-a a numărului ....;

c) 3 este .... la care se ridică baza ...., pentru a obține rezultatul 125.

Pentru scrierea $4^2=16$, ce reprezintă exponentul 2? ____________________

____

Generalizare:

În scrierea $a^b=c$, b reprezintă puterea la care se ridică baza a pentru a obține rezultatul c.

Răspundeţi la următoarele întrebări:

Care este puterea la care se ridică 5 pentru a obţine rezultatul 25? __________

Care este puterea la care se ridică 3 pentru a obţine rezultatul 81? __________

Care este puterea la care se ridică 2 pentru a obţine rezultatul 1? __________

Care este puterea la care se ridică 8 pentru a obţine rezultatul 2? __________

Care este puterea la care se ridică 9 pentru a obţine rezultatul 1? __________

Care este puterea la care se ridică 10 pentru a obţine rezultatul 10? __________

Pornind de la scrierea $a^b = c$, exponentul b se va citi astfel: b este logartimul în bază a din c
Scriere: $b = \log_a c$; a - bază, c - argument.

În concluzie:

$\log_3 9$ va reprezenta puterea la care se ridică baza …., pentru a obţine rezultatul 9, deci $\log_3 9 = 2$;

$\log_2 8$ va reprezenta puterea la care se ridică baza 2, pentru a obţine rezultatul …., deci $\log_2 8 = ...$;

$\log_7 1$ va reprezenta puterea la care se ridică baza …., pentru a obţine rezultatul ..., deci $\log_7 1 = ...$;

$\log_6 6$ va reprezenta puterea la care se ridică baza …., pentru a obţine rezultatul …., deci $\log_6 6 = ...$;

Cine este puterea la care trebuie să ridicăm baza 1 pentru a obţine rezultatul 1.

Ce diferă faţă de răspunsurile anterioare?

____.

În ce condiţii, pornind de la scrierea $a^b = c$, **va avea sens utilizarea scrierii exponentului sub formă de logaritm?**

Recitiţi P21. Putem deduce că în condiţiile în care $b \in \mathbb{R}$, scrierea $a^b = c$ are sens dacă $a > 0$ şi $b > 0$.

Observaţiile anterioare implică faptul că $b = \log_a c$ are sens dacă $a > 0, a \neq 1$ şi $b > 0$.

Aplicaţii:

$\log_2 16 =$_______; $\log_3 3 =$_______; $\log_4 1 =$_______; $\log_5 5^3 =$_______; $\log_2 2^{-5} =$_______;

$\log_{3,2} 1 =$_______; $\log_3 3^{\frac{2}{5}} =$_______; $\log_4 2 =$_______; $\log_9 3 =$_______; $3 \cdot \log_2 4 = \log_2 4^{.....}$;

$-\log_5 5 = \log_5 5^{......} = \log_5 \frac{1}{......}$.

Generalizare: $a > 0$ oricare $\log_a 1 = ...$; $\log_a a = ...$; $\log_a a^r = ...$

Aplicaţii:

$\log_4 ...... = 3$; $\log_2 ..... = -1$; $\log_3 .... = 3$; $\log_5 .... = 2012$;

$\log_{.......} 4 = 1$; $\log_{........} 125 = 3$; $\log_{......} \frac{1}{8} = -3$; $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = ...$.

P1:

Calculaţi: $\log_2 8 + \log_2 4 = 3 + ... = ...$; $\log_2 32 = ...$; precizaţi valoarea de adevăr a propoziţiei p:
" $\log_3 3 + \log_3 27 = \log_3(3 \cdot 27)$ "____;

Generalizare: $\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$, **oricare** $a,b,c......0, a.....1$;

Aplicaţie:

$\log_4 36 = \log_4(4 \cdot ....) = \log_4 4......\log_4 9 = ... + 2 \cdot \log_4 ....$;

P2:

Calculaţi: $\log_2 8 - \log_2 4 = 3 - .... = ...$; $\log_2 2 = ...$;

Precizaţi valoarea de adevăr a propoziţiei p: " $\log_3 27 - \log_3 3 = \log_3 \frac{27}{......}$ "______________________________;

Generalizare: $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$, **oricare** $a,b,c......0, a.....1$;

P3:

Dacă $3^2 = 9$, **atunci** $2 = \log_{.....}.....$, **deci** $3^{\log_3 9} = ...$ **şi** $\log_3 .... = 2$;

Generalizare: $a^{\log_a b} = ...$, **oricare** $a,b....0, a \neq ....$; $\log_a a^r = ...$, **oricare** $a...0, a \neq .....$

P4: **Egalitatea a doi logaritmi:**

$\log_3 x = \log_3 y$ **dacă şi numai dacă** $x = y$ **şi** $x, y......0$;

P5: **Logaritmarea unei relaţii de egalitate:**

Dacă $x = y > 0$ **atunci oricare ar fi** $a > 0, a \neq ....$ **are loc relaţia** $\log_a x = \log_a y$;

P6: **formula de schimbare de bază:**

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, **oricare** $a,b,c > 0, a,c \neq ....$; **caz particular:** $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

Fişă de aprofundare

1) Să se compare numerele: a) $16^{3\sqrt{20}}$ si $64^{4\sqrt{5}}$; b) $8^{4\sqrt{12}}$ si $16^{6\sqrt{5}}$

2) Să se calculeze: a) $2^7: 4^4 + 2^0 - 2^1$; b) $4^8: 16^4 + 2000^0 - 4^1$

3) a) Să se calculeze $\log_3 81 =$__________; b) $\log_2 4^{2010} =$_____; c) $\lg 100000 =$__________;

d) $\log_2(2^{2010} + 2^{2010}) =$_____; e) $\log_3 24 - \log_3 8 =$_____; f) $\log_5 \sqrt[5]{5^2} =$_____;

g) $\log_9 \sqrt{3} =$_____; (0,25p) h) $\log_2 \frac{2001}{2000} + \log_2 \frac{2000}{2001} =$__________;

i) dacă $a > 0, a \neq 1$, $\log_a a + \log_a a^2 + \log_a a^3 + ... + \log_a a^{25} =$ __________________

j) $\log_3 9 \cdot \log_9 81 =$__________; (0,25p) k) $\log_{\sqrt{a}} a^3 =$______, unde $a > 0, a \neq 1$;

4) Stabiliţi dacă $a = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ este număr iraţional.

5) Să se arate că expresia $E(x,y) = \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y} + \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y} \right) \cdot \frac{(x^3y)^{\frac{1}{2}}}{x+y} + \frac{2y}{y-x}$

este independentă de x şi de y.

6) Ordonaţi descrescător numerele $x = \sqrt[3]{4^{10}}, y = \sqrt{8^5}, z = \sqrt[5]{16^6}$.

7) Stabiliţi domeniul de existenţă pentru:

a) $\sqrt{x^2 - x - 2}$, b) $\sqrt[5]{\frac{x+2}{x+1}}$, c) $\sqrt[6]{\frac{x^2 + x}{x^2 - 6x + 8}}$.

8) Calculaţi

a) $\sqrt[15]{2^3}$, b) $\sqrt[12]{(-5)^4}$, c) $\sqrt{5 \cdot \sqrt[4]{5\sqrt[3]{625}}}$, d) $\sqrt[4]{5\sqrt{2} - 7} \cdot \sqrt{5\sqrt{2} + 7}$.