

Olimpiada la matematica

Faza pe scoala - Clasa a VIII-a

1) a) Calculati :

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}$$

b) Aflati numarul n pentru care

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}} = 2011$$

2) a) Fie $x \in (-2 ; 3)$. Aratati ca numarul $a = \sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} \in \mathbb{Z}$

b) Aratati ca $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} + 1$ si ca $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1$

c) Aflati $x \in \mathbb{R}$ din egalitatea

$$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

3) Fie ABCD un tetraedru oarecare, si G – centrul de greutate al triunghiului BCD. Fie $M \in (AG)$, un punct fixat.

a) Daca DD' este mediana in $\triangle BCD$, aratati ca punctele A, D, M, respectiv D' sunt coplanare

b) Daca $AD \cap (BCM) = \{P\}$ aratati ca $\frac{AM}{MG} = \frac{3AP}{PD}$

Timp de lucru 90 de minute.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect are 3 puncte.
Punctaj din oficiu: 1 punct.