

**Olimpiada de matematică—cls. a VII-a—faza pe școală**

1. Să se arate că numărul  $\sqrt{3^n + 7^{n+1}}$  este irațional, oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}$ .

2. a) Demonstrați că:

$$\frac{d}{k(k+d)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+d}$$

b) Să se calculeze suma:

$$S = \frac{2009}{1 \cdot 3} + \frac{2009}{3 \cdot 5} + \frac{2009}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2009}{2007 \cdot 2009}$$

3. În triunghiul ABC, M este mijlocul laturii [BC]. Demonstrați că  $2AM < AB + AC$ .

4. În paralelogramul ABCD, E și F aparțin diagonalei [AC], astfel încât  $AE = EF = FC$ .

a) Demonstrați că BEDF este paralelogram.

b) Fie  $\{O\} = AC \cap BD$ . Demonstrați că O este mijlocul segmentului EF.

c) Demonstrați că E este centrul de greutate al triunghiului ABD și F este centrul de greutate al triunghiului BCD.

**Timp de lucru 90 de minute.**