INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ

Examenul de bacalaureat naţional 2013

Proba E. c) simulare - 5.12.2012

Matematică *M_şt-nat*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p. **1)** Să se determine valoarea minimă a funcţiei f: $R \to R$, f(x) = $4x^2 - 8x + 1$;

5p. **2)** Să se calculeze $1+i+i^2+i^3+...+i^{10}$;

5p. **3)** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre acesta să fie pătrat perfect;

5p. **4)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2 x + \log_2(x-1) = \log_2 12$;

5p. **5)** Să se determine ecuaţia perpendicularei duse din punctul A(1,2) pe dreapta d: x+y-1=0;

5p. **6)** Fie $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ cu $\sin\alpha = \frac{1}{3}$. Să se calculeze $\mathrm{tg}\alpha$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(R)$.

5p. **a)** Să se verifice relaţia $A^3 - A = A^2 - I_3$;

5p. **b)** Să se arate că $A^n - A^{n-2} = A^2 - I_3,\ \forall n \in N, n \geq 3$;

5p. **c)** Să se calculeze suma elementelor matricei A^{-1}.

2. Pe mulţimea numerelor reale se consideră legea de compoziţie $x \circ y = x + ay + 1, a \in R$.

5p. **a)** Pentru a =1 determinaţi elementul neutru pentru legea „$\circ$”;

5p. **b)** Determinaţi numărul real a pentru care legea de compoziţie „ $\circ$” este asociativă.

5p. **c)** Pentru $a = -1$ rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x \circ 2^x = 21$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. **1)** Se consideră funcţia $f:(0,\infty) \to R, f(x) = e^{x\ln x}$.

5p. **a)** Să se arate că $f'(x) = f(x)\cdot(1+\ln x)$, $\forall x \in (0,\infty)$.

5p. **b)** Să se determine valoarea minimă a funcţiei f.

5p. **c)** Să se arate că funcţia f este convexă pe $(0,\infty)$.

2) Fie funcţia $f: R \to R, f(x) = \begin{cases} 5x+3, x \leq 0 \\ 4x - e^x + 4, x > 0 \end{cases}$.

5p. **a)** Să se arate că f admite primitive pe R.

5p. **b)** Să se determine primitiva funcţiei f pentru care $F(1) = 3 - e$.

5p. **c)** Se consideră funcţiile $g, G: R \to R$, $g(x) = (3x^2+2x+1)\cdot e^{3x}$, $G(x) = (ax^2+bx+c)\cdot e^{3x}$

Să se determine numerele reale a, b, c pentru care G este o primitivă a funcţiei g.