INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN CLUJ

Examenul de bacalaureat naţional 2013

Proba E. c) simulare - 5.12.2012

Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică şi pentru filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică;

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p. **1)** Să se calculeze modulul numărului complex $z = \frac{8+i}{7-4i}$;

5p. **2)** Să se determine funcţia de gradul al doilea $f : R \to R$ pentru care $f(-1) = f(1) = 0, f(2) = 6$;

5p. **3)** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x+1) - \lg 9 = 1 - \lg x$;

5p. **4)** Să se determine $n \in N^*$ pentru care mulţimea $\{1,2,...,n\}$ are exact 120 de submulţimi cu două elemente;

5p. **5)** Să se demonstreze că pentru orice punct M din planul paralelogramului $ABCD$ are loc egalitatea $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$;

5p. **6)** Ştiind că $\alpha \in R$ şi că $sin\alpha + cos\alpha = \frac{1}{3}$, să se calculeze $sin2\alpha$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \\ -x - y + 4z = 0 \end{cases}$, cu $m \in R$.

5p. **a)** Să se determine $m \in R$ pentru care matricea sistemului are determinantul nenul;

5p. **b)** Să se determine $m \in R$ astfel încât sistemul să admită cel puţin două soluţii;

5p. **c)** Să se determine $m \in R$ pentru care dreptele $d_1: mx + y + 1 = 0, d_2: x + 3y + 2 = 0, d_3: -x - y + 4 = 0$ sunt concurente;

2. Se consideră pe R legea de compoziţie dată de relaţia $x * y = xy - 5x - 5y + 30, \forall x, y \in R$ şi mulţimea $G = (5, \infty)$.

5p. **a)** Să se arate că $G = (5, \infty)$ este parte stabilă în raport cu „ $*$ “;

5p. **b)** Să se arate că legea „ $*$ “ are element neutru;

5p. **c)** Să se arate că legea „ $*$ “ este asociativă.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1) Se consideră funcţia $f: [1, \infty) \to [1, \infty), f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x}$.

5p. **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to \infty} (x - f(x))^x$

5p. **b)** Să se arate că funcţia f este strict crescătoare;

5p. **c)** Să se arate că funcţia f este bijectivă.

2) Fie funcţia $f: R \to R, f(x) = \begin{cases} \ln(x^2 + 1) - x + a^2, & x \in (-\infty, 0) \\ 2e^x + x + a, & x \in [0, \infty) \end{cases}$, $a \in R$.

5p. **a)** Determinaţi valorile lui $a \in R$, astfel încât funcţia f să admită primitive pe R;

5p. **b)** Pentru $a = 2$ calculaţi $\int f(2x)dx, \ x \in [0, \infty)$;

5p. **c)** Pentru $a = -1$ calculaţi $\int e^x \cdot e^{f(x)}dx, \ x \in (-\infty, 0)$.