INDUCTIA MATEMATICA

Principiul inducției matematice

P(n) = propoziție care depinde de n natural, $n \geq a$, $a \in \mathbf{N}$

Dacă P(a) adevarată şi $P(k) \rightarrow P(k+1)$, atunci P(n) este adevarată pentru orice $n \geq a$.

Metoda I a inducției matematice

Se verifică P(a) adevarat.

Se presupune P(n) adevarat si se demonstrează P(n+1).

Concluzie: P(n) adevarat, $\forall\, n \geq a$.

Metoda II a inducției matematice

Se verifică P(a) adevarat.

Se presupune ca P(a), P(a+1), ...P(n) (sau o parte din aceste propoziții) sunt adevarate şi se demonstrează P(n+1).

Concluzie: P(n) adevarat, $\forall\, n \geq a$.

Metoda III a inducției matematice

Se verifică că P(a), P(a+1),..., P(a+k-1) sunt adevarate.

Se presupune ca P(n) este adevarat şi se demonstrează ca P(n+k) este adevarată.

Concluzie: P(n) adevarată.

Sume importante

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}, \; n \geq 1$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \; n \geq 1.$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2, \; n \geq 1.$$

Factorial

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n, \; n \geq 1$

$0! = 1$

$n! = (n-1)!\,n$

$n! = (n-2)!\,(n-1)\,n$