

Unghiuri

- congruente: au măsurile egale
- adiacente: au același vârf și o latură comună
- opuse la vârf: au același vârf și laturile unuia sunt în prelungirea laturilor celuilalt

Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente

- complementare: două unghiuri care au suma 90°
Ex. complementul unghiului de 20° este unghiul de 70°
- suplementare: două unghiuri care au suma 180°
Ex. suplementul unghiului de 20° este unghiul de 160°
- unghi alungit: care are 180°; unghi nul care are 0°
- unghi propriu: care nu este nici alungit, nici nul
- unghi ascuțit < 90°; drept = 90°; obtuz > 90°

Unghiuri în jurul unui punct

Suma unghiurilor în jurul unui punct este 360°

- Unghiuri formate de două drepte cu o secantă
- alterne interne: 1 și 7; 2 și 8
- alterne externe: 3 și 5; 4 și 6
- correspondente: 1 și 5; 2 și 6; 3 și 7; 4 și 8

Dacă dreptele sunt paralele, aceste perechi de unghiuri sunt congruente și reciproc.

Puncte și drepte

- puncte coliniare: sunt situate pe o dreaptă
- drepte concurente: drepte care se intersectează
- punct de concurență: punctul în care se intersectează două drepte
- semidreapta deschisă: $(OA \quad O \notin (OA$
- semidreapta închisă: $[OA \quad O \in [OA$
- drepte congruente: au lungimi egale $[AB] \equiv [CD]$
- drepte perpendiculare: formează un unghi drept $a \perp b$
- drepte paralele: sunt în același plan și nu se intersectează $a \parallel b$

Axioma lui Euclid:
printr-un punct exterior unei drepte se poate duce o singură paralelă la dreapta dată.

Figuri geometrice

Triunghi

- isoscel: are două laturi congruente
- echilateral: are toate laturile congruente
- oarecare: are laturi de lungimi diferite
- ascuțitunghic: toate unghiurile ascuțite
- obtușunghic: are un unghi obtuz
- dreptunghic: are un unghi drept
- catete: laturile care formează unghiul drept
- ipotenuză: latura opusă unghiului drept

Patrulater

- Paralelogram: are laturile opuse paralele
- Proprietățile paralelogramului:
 - laturile opuse sunt congruente
 - unghiurile opuse sunt congruente, iar unghiurile alăturate sunt suplementare
 - diagonalele au același mijloc
- Dreptunghiul: paralelogramul care are un unghi drept
- diagonalele dreptunghiului sunt congruente
- Rombul: paralelogramul care are două laturi alăturate congruente
- diagonalele rombului sunt perpendiculare și sunt bisectoare ale unghiurilor
- Pătratul: are toate proprietățile dreptunghiului și rombului
- Trapezul: are două laturi paralele și celelalte două neparalele
- Trapez isoscel: are laturile neparalele congruente
- Trapez dreptunghic: are un unghi drept

Teoreme importante

Cazurile de congruența a triunghiurilor oarecare

L.U.L., U.L.U., L.L.L.

Cazurile de congruența specifice triunghiurilor dreptunghice

C.U. (catetă-unghi), I.U. (ipotenuză-unghi), I.C. (ipotenuză-catetă)

- suma unghiurilor unui triunghi este 180°
- suma unghiurilor unui patrulater este 360°
- unghiurile de la baza unui triunghi isoscel sunt congruente
- într-un triunghi isoscel, bisectoarea unghiului de la vârf este și mediană, înălțime, mediatoare.
- într-un triunghi dreptunghic, mediana din vârful unghiului drept este jumătate din ipotenuză.
- într-un triunghi dreptunghic care are un unghi de 30°, cateta opusă acestui unghi este jumătate din ipotenuză.

Linii importante în triunghi

- Bisectoarea: împarte un unghi în două unghiuri congruente. Bisectoarele sunt concurente în **O** - centrul cercului înscris
- Mediatoarea: perpendiculară pe mijlocul unei laturi. Mediatoarele sunt concurente în **O** - centrul cercului circumscris. La triunghiul obtușunghic, **O** este situat în exterior. La triunghiul dreptunghic, **O** este în mijlocul ipotenuzei.
- Înălțimea: perpendiculara dintr-un vârf pe latura opusă. Înălțimile sunt concurente în **H** - ortocentrul. La triunghiul obtușunghic, **H** este în exterior.
- Mediana: unește un vârf cu mijlocul laturii opuse. Mediane sunt concurente în **G** - centrul de greutate. Centrul de greutate este la $\frac{1}{3}$ de bază și $\frac{2}{3}$ de vârf.

Geometrie în spațiu

- O dreapta este perpendiculară pe un plan dacă este perpendiculară pe două drepte concurente din acel plan
- Dacă o dreapta este perpendiculară pe un plan, atunci ea este perpendiculară pe toate dreptele din acel plan.
- teorema celor trei perpendiculare: $AM \perp \alpha, MB \perp d \Rightarrow AB \perp d$
- Unghiul dintre o dreapta și un plan este egal cu unghiul format de dreapta cu proiecția ei pe plan.
- Aria proiecției pe un plan a unei figuri cu aria A este egală cu $A \cdot \cos \alpha$, unde α este unghiul format de planul figuri cu planul de proiecție.

Simetrie

Triunghiul A'B'C' este simetricul triunghiului ABC față de punctul O

Triunghiul A'B'C' este simetricul triunghiului ABC față de dreapta d

O - centru de simetrie

d - axă de simetrie

Arii și alte formule

Triunghi

$A_A = \frac{b \cdot h}{2}$; $A_A = \frac{absinC}{2}$; $A_A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, unde p este semiperimetrul, $p = \frac{a+b+c}{2}$ (formula lui Heron)

Triunghi echilateral:

înălțimea $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; aria $A_{ech} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Triunghi dreptunghic:

înălțimea $h = \frac{c_1 \cdot c_2}{ip}$; aria $A_{adr} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2}$

Linia mijlocie în triunghi

-unește mijloacele a două laturi; Este paralelă cu a treia latură și este jumătate din aceasta.

Raza cercului înscris

în triunghi $r = \frac{A}{p}$ (A-aria, p-semiperimetrul)

Unghi exterior al unui triunghi

Paralelogram

Dreptunghi $A = b \cdot h$

Romb $A = \frac{D \cdot d}{2}$

Pătrat $A = l^2$ diag. $d = l\sqrt{2}$

Trapez

$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$ sau $l_m \cdot h$

Linia mijlocie în trapez

-unește mijloacele laturilor neparalele; Este paralelă cu bazele și este egală cu media lor aritmetică: $l_m = \frac{B+b}{2}$

Segmentul care unește mijloacele diagonalelor unui trapez este egal cu $\frac{B-b}{2}$

Poligon regulat

-are toate laturile congruente și unghiurile congruente

n - nr. laturi apotema $a_n = R \cos \frac{180^\circ}{n}$; latura $l_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$

Măsura unghiului $u_n = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$; Nr. diagonalelor = $\frac{n(n-3)}{2}$

OM - apotema

3 4 5 6 8 10

△ echilateral pătrat pentagon hexagon octogon decagon

Cerc
Lungimea (circumferința) $L = 2\pi R$, Aria $A = \pi R^2$, $\pi \approx 3,14159265...$

Poliedre

Prisma

$V = A_B \cdot h$

$A_L =$ suma ariilor fețelor laterale

$A_L = P_B \cdot h$

Aria totală $A_T = A_L + 2A_B$

Diagonala paralelipipedului $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Diagonala cubului $d = l\sqrt{3}$

Piramida

$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$

$A_L =$ suma ariilor fețelor laterale

$A_L = P_B \cdot ap$

Aria totală $A_T = A_L + A_B$

apotemă = înălțimea unei fețe laterale

Volumul tetraedrului regulat $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Trunchiul de piramidă

$V = \frac{h}{3}(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})$

$A_L =$ suma ariilor fețelor laterale

$A_L = \frac{(P_B + P_b) \cdot ap}{2}$

Aria totală $A_T = A_L + A_B + A_b$

Trigonometrie

	30°	45°	60°
sinus = $\frac{\text{cat.op.}}{\text{ip}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosinus = $\frac{\text{cat.al.}}{\text{ip}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangenta = $\frac{\text{cat.op.}}{\text{cat.al.}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
cotangenta = $\frac{\text{cat.al.}}{\text{cat.op.}}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
cos u = sin (90°-u)			
sin² u + cos² u = 1			
tg u = $\frac{\sin u}{\cos u}$			

Corpuri rotunde

Cilindrul

$A_L = 2\pi R G$

$A_T = A_L + 2A_B$

$V = \pi R^2 h$

Conul

$A_L = \pi R G$

$A_T = A_L + A_B$

$V = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3}$

unghiul sectorului desfășurării $u = \frac{360^\circ R}{G}$

Trunchi de con

$A_L = \pi G (R + r)$

$A_T = A_L + A_B + A_b$

$V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$

Sfera

$A = 4\pi R^2$

$V = \frac{4\pi R^3}{3}$