

**Examenul de bacalaureat 2012**

**Proba E.c)**

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 9**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră numărul  $a = \log_3 2$ . Arătați că  $\log_3 6 = 1 + a$ .
- 5p** 2. Determinați numărul real  $m$ , știind că punctul  $A(0,1)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $f(x) = x^2 - 2x + m - 3$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(x+1) - \log_2(x+3) = -1$ .
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ , acesta să fie divizibil cu 7.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(4, -1)$ . Determinați coordonatele punctului  $B$ , știind că  $O$  este mijlocul segmentului  $(AB)$ .
- 5p** 6. Calculați cosinusul unghiului  $A$  al triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 5$ ,  $AC = 6$  și  $BC = 7$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + ay + 3z = 1 \\ 4x + a^2y + 9z = 1 \end{cases}$$
, unde  $a \in \mathbb{R}$  și se notează cu  $A$  matricea sistemului.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = -a^2 + 5a - 6$ .
- 5p** b) Determinați valorile reale ale numărului  $a$  pentru care matricea  $A$  este inversabilă.
- 5p** c) Pentru  $a = 1$ , rezolvați sistemul.
2. În  $\mathbb{Z}_5[X]$  se consideră polinomul  $f = mX^5 + nX$ , cu  $m, n \in \mathbb{Z}_5$ .
- 5p** a) Determinați  $n \in \mathbb{Z}_5$  pentru care  $f(\hat{1}) = m$ .
- 5p** b) Pentru  $m = \hat{1}$  și  $n = \hat{4}$ , determinați rădăcinile din  $\mathbb{Z}_5$  ale polinomului  $f$ .
- 5p** c) Arătați că, dacă  $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$ , atunci  $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ .
- 5p** a) Calculați  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) \cdot \ln x}{x^2 - x - 1}$ .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x \cdot \sqrt{x+1}$ .
- 5p** a) Determinați primitivele funcției  $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}}$ .
- 5p** b) Calculați  $\int_1^2 \sqrt{x+1} \cdot f(x) dx$ .
- 5p** c) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției  $h: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = e^{-x} \cdot f(x)$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 2$  și  $x = 3$ .

**Examenul de bacalaureat 2012**  
**Proba E.c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Varianta 9

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$\log_3 6 = \log_3 3 + \log_3 2$ $1 + \log_3 2 = 1 + a$	2p 3p
2.	$A(0,1) \in G_f \Leftrightarrow f(0) = 1$ $f(0) = m - 3$ $m = 4$	2p 2p 1p
3.	$\log_2 \frac{x+1}{x+3} = -1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x+3} = 2^{-1}$ $x = 1$ Verificarea condițiilor de existență	3p 1p 1p
4.	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$ Numerele divizibile cu 7 sunt 7, 14, 21, 28 $\Rightarrow$ 4 cazuri favorabile Mulțimea are 30 de elemente $\Rightarrow$ 30 de cazuri posibile $p = \frac{2}{15}$	1p 2p 1p 1p
5.	$O$ este mijlocul segmentului $(AB) \Leftrightarrow x_B = 2x_O - x_A \Leftrightarrow x_B = -4$ $y_B = 2y_O - y_A \Leftrightarrow y_B = 1$	3p 2p
6.	$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ $\cos A = \frac{1}{5}$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & 3 \\ 4 & a^2 & 9 \end{vmatrix} =$ $= -a^2 + 5a - 6$	2p 3p
b)	$A$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det A \neq 0$ $-a^2 + 5a - 6 = 0 \Rightarrow a_1 = 2, a_2 = 3$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$	2p 2p 1p
c)	$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ 4x + y + 9z = 1 \end{cases}$ $x = 0, y = 1, z = 0$	2p 3p
2.a)	$f(\hat{1}) = m + n$	2p

	$m + n = m \Leftrightarrow n = \hat{0}$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$f = X^5 + 4X$ $f(\hat{0}) = f(\hat{1}) = f(\hat{2}) = f(\hat{3}) = f(\hat{4}) = \hat{0}$ Rădăcinile polinomului $f$ sunt $\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}$ și $\hat{4}$	<b>1p</b> <b>3p</b> <b>1p</b>
<b>c)</b>	$f(\hat{1}) = m + n, f(\hat{2}) = \hat{2}(m + n)$ $f(\hat{1}) = f(\hat{2}) \Rightarrow m + n = \hat{0}$ $f(\hat{3}) = \hat{3}(m + n) = \hat{0}, f(\hat{4}) = \hat{4}(m + n) = \hat{0} \Rightarrow f(\hat{3}) = f(\hat{4})$	<b>1p</b> <b>2p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = \frac{(2x-1)(x+1) - (x^2 - x - 1)}{(x+1)^2} =$ $= \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) \cdot \ln x}{x^2 - x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x+1} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + x} = 1$ $n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x - 1}{x + 1} = -2$ $y = x - 2$ este ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
<b>2.a)</b>	$g(x) = e^x$ $\int g(x) dx = e^x + C$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$\int_1^2 \sqrt{x+1} \cdot f(x) dx = \int_1^2 (x+1) \cdot e^x dx =$ $= (x+1)e^x \Big _1^2 - \int_1^2 e^x dx =$ $= 2e^2 - e$	<b>1p</b> <b>3p</b> <b>1p</b>
<b>c)</b>	$h(x) = \sqrt{x+1}$ $A = \int_2^3  h(x)  dx = \int_2^3 \sqrt{x+1} dx = \frac{2}{3} (x+1)\sqrt{x+1} \Big _2^3 =$ $= \frac{2}{3} (8 - 3\sqrt{3})$	<b>1p</b> <b>3p</b> <b>1p</b>