Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu rația $r=-2$ și $a_1=19$. Calculați a_7.

5p **2.** Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4-\frac{4x}{3}$ cu axa Ox şi respectiv cu axa Oy.

5p **3.** Arătați că ecuația $x^2-(2m+1)x+m^2+m=0$ admite două soluții reale distincte, pentru orice $m\in\mathbb{R}$.

5p **4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1}+2\cdot 3^x=45$.

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$ şi M, N, P, Q mijloacele laturilor (AB), (BC), (CD) respectiv (DA). Demonstrați că $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC=20$ şi $\cos B=\frac{3}{5}$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se defineşte legea de compoziție $x*y=x+y+1$.

5p **a)** Arătați că $(-5)*5=(-10)*10$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2*x\leq 13$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x*2^x=21$.

5p **d)** Demonstrați că $(x*y)*z=x*(y*z)$, pentru orice numere reale x,y,z.

5p **e)** Determinați simetricul elementului $x=3$ în raport cu legea de compoziție "$*$", ştiind că elementul neutru este $e=-1$.

5p **f)** Determinați numărul elementelor mulțimii $A=\{n\in\mathbb{N}\mid n*(n+1)\leq 2012\}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&a&a\\a&a&0\\a&0&a\end{pmatrix}$ şi sistemul de ecuații (S) $\begin{cases}ay+az=1\\ax+ay=0\\ax+az=2\end{cases}$, unde a este un număr real nenul.

5p **a)** Calculați determinantul matricei A.

5p **b)** Arătați că matricea B este inversabilă pentru orice $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

5p **c)** Pentru $a=1$, arătați că ${}^t(AB)=BA$.

5p **d)** Pentru $a=1$, arătați că tripletul $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ este soluție a sistemului (S).

5p **e)** Rezolvați sistemul (S), pentru $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

5p **f)** Determinați numărul real nenul a pentru care soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului (S) verifică relația $x_0+y_0+z_0=\frac{1}{4}$.

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_7 = a_1 + 6r$ $a_7 = 7$	**3p** **2p**
2.	$G_f \cap Ox = \{A(3,0)\}$ $G_f \cap Oy = \{B(0,4)\}$	**3p** **2p**
3.	$\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m)$ $\Delta = 1 > 0$, deci ecuația admite două soluții reale distincte pentru orice $m \in \mathbb{R}$	**2p** **3p**
4.	$5 \cdot 3^x = 45 \Leftrightarrow 3^x = 9$ $x = 2$	**3p** **2p**
5.	Notăm cu O centrul paralelogramului $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AO}$ $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CO}$ $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$	**2p** **2p** **1p**
6.	$\cos B = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = 12$ $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC = 16$ Perimetrul este egal cu 48	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

a)	$(-5) * 5 = 1$ $(-10) * 10 = 1$ $(-5) * 5 = (-10) * 10$	**2p** **2p** **1p**
b)	$x^2 * x \le 13 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 \le 0$ $x \in [-4,3]$	**2p** **3p**
c)	$4^x * 2^x = 21 \Leftrightarrow 4^x + 2^x = 20$ Cu notația $2^x = t$ obținem $t^2 + t = 20$ $t = 4$ sau $t = -5$ Finalizare: $x = 2$	**1p** **1p** **2p** **1p**
d)	$(x * y) * z = x + y + z + 2$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$ $x * (y * z) = x + y + z + 2$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
e)	$3 * x' = x' * 3 = -1$ $x' = -5$	**2p** **3p**
f)	$n * (n+1) = 2n + 2$ $2n + 2 \le 2012 \Leftrightarrow n \le 1005$ A are 1006 elemente	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

a)	$\det A = 18 - 36 =$ $= -18$	**3p** **2p**
b)	Matricea B este inversabilă $\Leftrightarrow \det B \neq 0$ Finalizare	**3p** **2p**
c)	$a = 1 \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ ${}^t(A \cdot B) = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} = B \cdot A$	**1p** **2p** **2p**
d)	$a = 1 \Rightarrow$ (S) $\begin{cases} y + z = 1 \\ x + y = 0 \\ x + z = 2 \end{cases}$ Verificare: $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ este soluție a sistemului (S)	**2p** **3p**
e)	$\det B \neq 0 \Rightarrow$ sistemul este de tip Cramer $x = \frac{1}{2a}$, $y = -\frac{1}{2a}$, $z = \frac{3}{2a}$	**2p** **3p**
f)	$x_0 + y_0 + z_0 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{2a} = \frac{1}{4}$ $a = 6$	**3p** **2p**