

EXAMENUL NAȚIONAL DE ACORDARE A DEFINITIVĂRII ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT  
17 Iulie 2012

Proba scrisă  
Matematică

VARIANTA 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră polinomul  $f = X^4 + 2X^2 + X + 2 \in \mathbb{Z}_3[X]$ .
- 5p a) Arătați că  $f$  este reducibil în  $\mathbb{Z}_3[X]$ .
- 5p b) Dați un exemplu de polinom  $g \in \mathbb{Z}_3[X]$ , ireducibil în  $\mathbb{Z}_3[X]$  și care are aceeași funcție polinomială cu  $f$ .
2. Un hexagon inscriptibil are trei laturi de lungime  $a$  și trei laturi de lungime  $b$ .
- 5p a) Arătați că hexagonul are un unghi cu măsura de  $120^\circ$ .
- 5p b) Calculați, în funcție de  $a$  și  $b$ , raza cercului circumscris hexagonului.
3. Pentru fiecare  $n \in \mathbb{N}^*$  se consideră funcția  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = x^n \cdot \arctg x$ .
- 5p a) Determinați  $k \in \mathbb{N}^*$  pentru care graficul funcției  $f_k$  are asimptotă spre  $+\infty$ .
- 5p b) Arătați că  $(n+1) \int_0^1 f_n(x) dx + (n-1) \int_0^1 f_{n-2}(x) dx = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 3$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Elaborați un item de tip întrebare structurată prin care să evaluați trei dintre competențele specifice precizate în următoarea secvență a programei școlare de matematică pentru clasa a IX-a:

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"><li>1. <b>Diferențierea</b>, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică</li><li>2. <b>Completarea</b> unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea</li><li>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)</li><li>4. <b>Exprimarea</b> proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice</li><li>5. <b>Utilizarea</b> relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații</li><li>6. <b>Identificarea</b> unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau sistemelor de ecuații</li></ol>	<p><b>Funcția de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Reprezentarea grafică a funcției <math>f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>, unde <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math>, <math>a \neq 0</math>, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math>, simetria față de drepte de forma <math>x = m</math>, cu <math>m \in \mathbb{R}</math></li><li>• Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma <math>\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}</math>, cu <math>s, p \in \mathbb{R}</math></li></ul>

(Programa școlară de matematică, OMECI nr.5099 / 09.09.2009)

În elaborarea itemului se vor avea în vedere următoarele aspecte:

- succesiunea subîntrebărilor să asigure creșterea treptată a gradului de dificultate
- fiecare subîntrebare să solicite un răspuns care nu depinde de răspunsul la subîntrebarea precedentă
- subîntrebările să fie în concordanță cu stimulul utilizat.

**Notă.** Se punctează și elaborarea detaliată a răspunsului așteptat, precum și corectitudinea științifică a informației matematice.

---

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

Formele educației (educația formală, educația nonformală, educația informală): definirea, analiza și interdependența conceptelor.

**EXAMENUL NAȚIONAL DE ACORDARE A DEFINITIVĂRII ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT**  
**17 Iulie 2012**

**Proba scrisă**  
**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**VARIANTA 3**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului total obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	a) Polinomul $f$ are rădăcina $\hat{1}$ $f$ se divide cu $X + \hat{2}$ , deci $f$ este reductibil în $\mathbb{Z}_3[X]$	3p
	b) De exemplu, $g = X + \hat{2}$ și $g(\hat{0}) = f(\hat{0})$ , $g(\hat{1}) = f(\hat{1})$ , $g(\hat{2}) = f(\hat{2})$ grad $g = 1$ , deci $g$ este ireductibil	3p 2p
2.	a) Hexagonul are 3 laturi de lungime $a$ și 3 laturi de lungime $b$ , deci există un vârf din care pleacă o latură de lungime $a$ și o latură de lungime $b$ ; fie $B$ acest vârf și $A, C$ vârfurile hexagonului adiacente lui $B$ pentru care $AB = a$ , $BC = b$ Rezultă că arcul mic $AC$ are măsura de $120^\circ$ și deci $m(\sphericalangle ABC) = 120^\circ$	2p 3p
	b) Fie $O$ centrul cercului circumscris hexagonului și $R$ raza acestui cerc. Din teorema cosinusului aplicată în triunghiurile $AOC$ și $ABC$ rezultă că $AC^2 = 3R^2$ și $AC^2 = a^2 + b^2 + ab$ Finalizare: $R = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + ab}{3}}$	3p 2p
3.	a) Pentru $k \geq 2$ , $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_k(x)}{x} = +\infty$ , deci graficul funcției $f_k$ nu are asimptotă spre $+\infty$	1p
	Pentru $k=1$ , $m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_1(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctg x = \frac{\pi}{2}$ și	1p
	$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( f_1(x) - \frac{\pi}{2} x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \arctg x - \frac{\pi}{2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctg x - \frac{\pi}{2}}{\frac{1}{x}}$	1p
	Din teorema lui l'Hospital, cum $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{1+x^2} = -1$ , rezultă că $n = -1$ și dreapta $y = \frac{\pi}{2}x - 1$ este asimptotă oblică a graficului funcției $f_1$ spre $+\infty$ ; $f_k$ are asimptotă spre $+\infty \Leftrightarrow k = 1$	2p
b) $(n+1) \int_0^1 f_n(x) dx + (n-1) \int_0^1 f_{n-2}(x) dx = \int_0^1 \left( (n+1)x^n + (n-1)x^{n-2} \right) \arctg x dx =$ $= (x^{n+1} + x^{n-1}) \arctg x \Big _0^1 - \int_0^1 \frac{x^{n-1}(x^2+1)}{x^2+1} dx = \frac{\pi}{2} - \frac{x^n}{n} \Big _0^1 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{n}$	1p 4p	

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

Proiectarea corectă a itemului de tip întrebare structurată:	
- succesiunea subîntrebărilor asigură creșterea treptată a gradului de dificultate	<b>3p</b>
- fiecare subîntrebare solicită un răspuns care nu depinde de răspunsul la subîntrebarea precedentă	<b>3p</b>
- subîntrebările sunt în concordanță cu stimulul utilizat	<b>3p</b>
- subîntrebările evaluează trei competențe specifice, dintre cele precizate în secvența dată, în corelație cu tema/ conținuturile corespunzătoare	<b>9p</b>
<b>Notă. Punctajul se acordă și în situația în care una dintre subîntrebări evaluează două dintre competențele specifice</b>	
- corectitudinea rezolvării sarcinilor de lucru ale itemului	<b>6p</b>
- corectitudinea științifică a informației matematice	<b>6p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- Definirea conceptului de educație formală	4 puncte
- Definirea conceptului de educație nonformală	4 puncte
- Definirea conceptului de educație informală	4 puncte
- Analiza conceptului de educație formală	4 puncte
- Analiza conceptului de educație nonformală	4 puncte
- Analiza conceptului de educație informală	4 puncte
- Interdependența formelor educației	6 puncte