

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați $\lg 100 + \lg \frac{1}{10}$.
- 5p** 2. Determinați mulțimea valorilor funcției $f : \{-1, 0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 2$.
- 5p** 3. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 1$.
- 5p** 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1} = 9$.
- 5p** 5. Într-un reper cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 2)$ și $B(2, 0)$. Calculați distanța de la A la B .
- 5p** 6. Calculați $\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea $M = \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{4}{9}$.
- 5p** a) Verificați dacă $x \circ y = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$, pentru orice $x, y \in M$.
- 5p** b) Arătați că $x \circ y = y \circ x$, pentru orice $x, y \in M$.
- 5p** c) Demonstrați că legea de compoziție „ \circ ” este asociativă.
- 5p** d) Determinați $e \in M$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x$, pentru orice $x \in M$.
- 5p** e) Rezolvați în mulțimea M ecuația $x \circ x = \frac{4}{9}$.
- 5p** f) Arătați că $\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \frac{8a^2 + 1}{3}$, pentru orice $a \in M$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} m & 1 & -1 \\ 1 & m & -1 \\ -1 & 1 & m \end{pmatrix}$ și sistemul (S) $\begin{cases} mx + y - z = 1 \\ x + my - z = 1 \\ -x + y + mz = 1 \end{cases}$, unde m este un număr real.
- 5p** a) Calculați $\det(A(2))$.
- 5p** b) Arătați că $\det(A(m)) = m^3 - m$.
- 5p** c) Determinați valorile reale ale lui m pentru care $\det(A(m)) = 0$.
- 5p** d) Verificați dacă, pentru $m = 3$, tripletul $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ este soluție a sistemului (S).
- 5p** e) Pentru $m = 2$, rezolvați sistemul (S).
- 5p** f) Pentru $m = 0$, arătați că sistemul (S) nu are soluții.

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\lg 100 + \lg \frac{1}{10} = \lg 10 =$ $= 1$	3p 2p
2.	$f(-1) = 3, f(0) = 2, f(1) = 1$ $\text{Im } f = \{1, 2, 3\}$	3p 2p
3.	$x_v = -\frac{b}{2a} = -1$ $y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -2$	2p 3p
4.	$3^{2x+1} = 3^2$ $2x+1 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$	2p 3p
5.	$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (0-2)^2} =$ $= \sqrt{5}$	3p 2p
6.	$\sin 10^\circ = \cos 80^\circ$ $\sin^2 80^\circ + \cos^2 80^\circ = 1$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

a)	$x \circ y = xy - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{1}{9} + \frac{3}{9} =$ $= x\left(y - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3}\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} =$ $= \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$ pentru orice $x, y \in M$	1p 2p 2p
b)	$x \circ y = xy - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{4}{9}$ $y \circ x = yx - \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}x + \frac{4}{9}$ Finalizare	2p 2p 1p
c)	$(x \circ y) \circ z = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right)\left(z - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$, pentru orice $x, y, z \in M$ $x \circ (y \circ z) = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right)\left(z - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$, pentru orice $x, y, z \in M$ Finalizare	2p 2p 1p

d)	$x \circ e = e \circ x$, pentru orice $x \in M$ $x \circ e = x \Rightarrow xe - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}e + \frac{4}{9} = x \Rightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot e = \frac{4}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right)$, pentru orice $x \in M$ $e = \frac{4}{3}$	1p 3p 1p
e)	$x \circ x = \frac{4}{9} \Rightarrow x^2 - \frac{2}{3}x = 0$ $x = 0$ sau $x = \frac{2}{3}$ Finalizare: $x = \frac{2}{3}$	2p 2p 1p
f)	$\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 = \frac{8a+1}{3}$ $\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{8a+1}{3}\right) \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \frac{8a^2+1}{3}$, pentru orice $a \in M$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\det(A(2)) = 6$	2p 3p
b)	$\det(A(m)) = m^3 - 1 + 1 - m + m - m =$ $= m^3 - m$	2p 3p
c)	$\det(A(m)) = 0 \Rightarrow m^3 - m = 0$ $m(m-1)(m+1) = 0 \Rightarrow m = -1, m = 0, m = 1$	2p 3p
d)	$m = 3 \Rightarrow \begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \\ -x + y + 3z = 1 \end{cases}$ Verificare: $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ este soluție a sistemului	2p 3p
e)	$m = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y - z = 1 \\ -x + y + 2z = 1 \end{cases}$ $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$	1p 4p
f)	$m = 0 \Rightarrow \begin{cases} y - z = 1 \\ x - z = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ Scăzând primele 2 ecuații se obține $y = x$ Înlocuind în a treia ecuație se obține $0 = 1$, imposibil, deci sistemul (S) nu are soluții pentru $m = 0$	1p 2p 2p