

**Examenul de bacalaureat 2012**  
**Proba E.c)**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 5**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că  $2^{-1} + 2^{-2} = 0,75$ .
- 5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $\frac{2}{x-3} < 0$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x+2} = x+2$ .
- 5p 4. La o bancă a fost depusă într-un depozit suma de 900 lei cu o dobândă de  $p\%$  pe an. Calculați  $p$ , știind că, după un an, în depozit suma este de 1008 lei.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $O(0,0)$  și  $A(2,3)$ . Determinați coordonatele punctului  $B$ , știind că  $A$  este mijlocul segmentului  $(OB)$ .
- 5p 6. Determinați măsura  $x$  a unui unghi ascuțit, știind că  $\frac{\sin x + 4 \cos x}{\cos x} = 5$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $H(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , cu  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p a) Arătați că  $\det(H(x)) = 1$ , pentru orice  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 0$ , astfel încât  $H(x) \cdot H(a) = H(x)$ , pentru orice  $x > 0$ .
- 5p c) Calculați determinantul matricei  $H(1) + H(2) + \dots + H(2012)$ .
2. În  $\mathbb{R}[X]$  se consideră polinomul  $f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3$ .
- 5p a) Arătați că polinomul  $f$  se divide cu  $X - 1$ .
- 5p b) Calculați  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ .
- 5p c) Verificați dacă  $(2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3) = 13$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = 0$ .
- 5p b) Demonstrați că funcția  $f$  este crescătoare pe intervalul  $(4, +\infty)$ .
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$ .
- 5p a) Arătați că funcția  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = xe^x - e^x + 2012$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p b) Calculați  $\int_1^e f(\ln x) dx$ .
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ .

**Examenul de bacalaureat 2012**

**Proba E.c)**

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 5**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii*

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$2^{-1} + 2^{-2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$	3p
	$= \frac{3}{4} = 0,75$	2p
2.	$\frac{2}{x-3} < 0 \Leftrightarrow x-3 < 0$	3p
	$x \in (-\infty, 3)$	2p
3.	Condiție: $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$	1p
	$x+2 = x^2 + 4x + 4$	2p
	$x_1 = -2$ și $x_2 = -1$	2p
4.	Dobânda obținută este $D = 1008 \text{ lei} - 900 \text{ lei} = 108 \text{ lei}$	1p
	$\frac{p}{100} \cdot 900 = 108$	2p
	$p = 12$	2p
5.	$x_A = \frac{x_O + x_B}{2}$ și $y_A = \frac{y_O + y_B}{2}$	3p
	$x_B = 4$ și $y_B = 6$	2p
6.	$\sin x + 4 \cos x = 5 \cos x$	1p
	$\sin x = \cos x$	2p
	$x = 45^\circ$	2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det(H(x)) = 1+0+0-0-0-0$	4p
	Finalizare	1p
b)	$H(x) \cdot H(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln a + \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	3p
	$\ln a = 0 \Rightarrow a = 1$	2p

c)	$H(1) + H(2) + \dots + H(2012) = \begin{pmatrix} 2012 & 0 & 0 \\ 0 & 2012 & \ln(2012!) \\ 0 & 0 & 2012 \end{pmatrix}$ $\begin{vmatrix} 2012 & 0 & 0 \\ 0 & 2012 & \ln(2012!) \\ 0 & 0 & 2012 \end{vmatrix} = 2012^3$	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 1 = 0$ $f(1) = 0 \Rightarrow X - 1 \mid f$	3p 2p
b)	$x_1 + x_2 + x_3 = -3$ $x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = -3$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15$	1p 1p 3p
c)	$f = X^3 + 3X^2 - 3X - 1 = (X - x_1)(X - x_2)(X - x_3) \Rightarrow f(2) = (2 - x_1)(2 - x_2)(2 - x_3)$ $f(2) = 13$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x}, x > 0$ $f \text{ derivabilă în } x = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = f'(4)$ <p>Finalizare</p>	2p 2p 1p
b)	$f \text{ este derivabilă pe } (0, +\infty) \text{ și } f'(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{2x}$ $f'(x) > 0 \text{ pentru orice } x \in (4, +\infty) \Rightarrow \text{funcția } f \text{ este crescătoare pe intervalul } (4, +\infty)$	2p 3p
c)	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (\sqrt{x} - \ln x) = +\infty$ <p><math>x = 0</math> este ecuația asimptotei verticale la graficul funcției <math>f</math></p>	3p 2p
2.a)	$F \text{ este derivabilă și } F'(x) = xe^x + e^x - e^x, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R}$ $F' = f$	3p 2p
b)	$\int_1^e f(\ln x) dx = \int_1^e x \ln x dx =$ $= \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx =$ $= \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big _1^e = \frac{e^2 + 1}{4}$	1p 2p 2p
c)	$V = \pi \int_1^2 g^2(x) dx =$ $= \pi \int_1^2 e^{2x} dx = \pi \frac{e^{2x}}{2} \Big _1^2 =$ $= \frac{\pi e^2 (e^2 - 1)}{2}$	2p 2p 1p