A XVI-a Olimpiadă Balcanică de Matematică pentru Juniori
Veria, Grecia 2012

1. Fie a, b, c numere reale pozitive astfel încât $a+b+c=1$.
Demonstraţi că

$$\frac{a}{b}+\frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{c}{a}+\frac{b}{c}+\frac{b}{a}+6 \geq 2\sqrt{2}\left(\sqrt{\frac{1-a}{a}}+\sqrt{\frac{1-b}{b}}+\sqrt{\frac{1-c}{c}}\right).$$

Când are loc egalitatea?

2. Fie cercurile k_1 şi k_2 care se intersectează în punctele A şi B şi t tangenta comună a cercurilor k_1 şi k_2, care le intersectează în punctele M, respectiv N. Dacă $t \perp AM$ şi $MN = 2AM$, calculaţi unghiul $\measuredangle NMB$.

3. Pe o placă sunt n cuie, oricare două legate printr-o funie. Fiecare funie este colorată cu una din n culori distincte date. Pentru fiecare trei culori distincte, există trei cuie legate cu funii de aceste trei culori.

a) n poate fi 6?

b) n poate fi 7?

4. Găsiţi toate numerele întregi pozitive x, y, z, t pentru care

$$2^x 3^y + 5^z = 7^t$$