

SUBIECTUL II (30 puncte)

Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

1. Se dau numerele $a = (2,25 - 0,25) \cdot 10$ și $b = 4,5 : 1,5$.
- 3 p a) $a + b = \dots\dots\dots$
- 3 p b) $a \cdot b = \dots\dots\dots$
2. Se dă fracția $\frac{4}{x}$, $x \in \mathbb{N}^*$.
- 3 p a) Valorile naturale ale lui x pentru care fracția este supraunitară sunt $\dots\dots\dots$
- 3 p b) Valoarea lui x pentru care fracția este echiunitară este $\dots\dots\dots$
3. Un elev are la matematică notele 6, 8, 10.
- 3 p a) Media aritmetică a notelor sale este $\dots\dots\dots$
- 3 p b) Dacă mai ia o notă de 9, media sa devine $\dots\dots\dots$
- 3 p 4. a) Soluția ecuației $x + 0,5 = 1,5$ este $x = \dots\dots\dots$
- 3 p b) Soluția ecuației $x : 10 = 3,6$ este $x = \dots\dots\dots$
- 3 p 5. a) Un număr zecimal cuprins între 4,1 și 4,2 este $\dots\dots\dots$
- 3 p b) Un număr natural cuprins între 2,3 și 3,5 este $\dots\dots\dots$

SUBIECTUL III (20 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

1. Se dă șirul de numere 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, , în care fiecare termen începând cu al treilea este egal cu suma precedentilor doi.
- 6 p a) Scrieți următorii trei termeni ai șirului.
- 2 p b) Câți dintre primii zece termeni ai șirului sunt numere pare?
- 2 p c) Alegem la întâmplare opt termeni consecutivi din șir. Să se arate că suma lor **nu** aparține șirului.
- 4 p 2. a) Câte numere naturale distincte sunt mai mari ca 0 și mai mici ca 2012?
- 4 p b) Să se arate că, dacă $0 < a < 2012$, atunci $0 < 2012 - a < 2012$.
- 2 p c) Se dau numerele naturale nenule și distincte $a_1, a_2, \dots, a_{1006}$, toate mai mici decât 2012. Să se arate că, printre numerele $a_1, a_2, \dots, a_{1006}$, există fie unul egal cu 1006, fie două cu suma 2012.

Punctaj total 100 puncte.

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a III-a – 12.05.2012

Barem de corectare și notare

Clasa a V-a

Subiectele I și II

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	B	B	B	A	C	A	A	A	B	D

Nr. item	II.1.a)	II.1.b)	II.2.a)	II.2.b)	II.3.a)	II.3.b)	II.4.a)	II.4.b)	II.5.a)	II.5.b)
Rezultate	23	60	1; 2; 3	4	8	8,25	1	36	4,15 sau oricare altă variantă corectă	3

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1.	a) $13 + 21 = 34$	2 p
	$21 + 34 = 55$	2 p
	$34 + 55 = 89$	2 p
	b) Avem impar, par, impar, impar, par, impar, impar, par, impar, impar. Deci din primii zece termeni, trei sunt numere pare.	1 p 1 p
	c) Fie $a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_{k+8}$ 8 termeni consecutivi ai șirului și $S = a_{k+1} + a_{k+2} + \dots + a_{k+8} > a_{k+7} + a_{k+8} = a_{k+9}$. Dar $a_{k+10} = a_{k+9} + a_{k+8} = a_{k+8} + a_{k+8} + a_{k+7} = a_{k+8} + a_{k+7} + a_{k+7} + a_{k+6} =$ $= \dots = a_{k+8} + a_{k+7} + \dots + a_{k+2} + a_{k+2} + a_{k+1} > S$. Deci $a_{k+10} > S > a_{k+9}$, de unde S nu aparține șirului.	1 p 1 p
2.	a) 2011 numere	4 p
	b) $a < 2012 \Rightarrow 2012 - a > 0$	2 p
	$a > 0 \Rightarrow 2012 - a < 2012$	2 p
	c) Numerele $2012 - a_1, 2012 - a_2, \dots, 2012 - a_{1006}$ îndeplinesc și ele condițiile din enunț. Considerăm numerele $a_1, a_2, \dots, a_{1006}, 2012 - a_1, \dots, 2012 - a_{1006}$.	1 p
	Avem 2012 numere, iar între 0 și 2012 există numai 2011 numere naturale distincte, deci cel puțin două din cele 2012 numere sunt egale, anume unul din mulțimea $\{a_1, \dots, a_{1006}\}$ va fi egal cu unul din mulțimea $\{2012 - a_1, \dots, 2012 - a_{1006}\}$. Fie ele a_i și $2012 - a_j$. Avem $a_i = 2012 - a_j \Rightarrow a_i + a_j = 2012$. Dacă $i = j \Rightarrow 2a_i = 2012 \Rightarrow a_i = 1006$.	1 p

- Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a III-a – 12.05.2012

Clasa a VI-a

Numele și Prenumele	
Școala	

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

SUBIECTUL I (40 puncte)

La exercițiile 1-10 încercuieți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 4 p** 1. Dacă două kilograme de banane costă 3 lei, atunci trei kilograme de banane costă:
A. 4 lei **B.** 4,50 lei **C.** 5,50 lei **D.** 6 lei
- 4 p** 2. Două drepte paralele sunt tăiate de o secantă. Unul dintre unghiurile formate are măsura de 50° . Numărul de unghiuri din configurație care au măsura de 50° , este egal cu:
A. 4 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3
- 4 p** 3. Dacă $\frac{4}{18} = \frac{x}{6}$, atunci valoarea lui x este egală cu:
A. 12 **B.** 0,(5) **C.** 2 **D.** 1,(3)
- 4 p** 4. Dacă triunghiul isoscel ABC are $m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$, atunci:
A. $m(\widehat{ACB}) = 120^\circ$ **B.** $AB = AC$ **C.** $AB = BC$ **D.** $AC = BC$
- 4 p** 5. Rezultatul calculului $1 - 2 - 3 + 4$ este egal cu:
A. -2 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 4
- 4 p** 6. Un triunghi isoscel ABC are $AB = 7$ cm și $AC = 3$ cm. Perimetrul triunghiului ABC este egal cu:
A. 17 cm **B.** 13 cm **C.** 10 cm **D.** 20 cm
- 4 p** 7. Dacă numerele naturale 1, 2, 3 și x sunt termenii unei proporții, atunci x este egal cu:
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 6
- 4 p** 8. Dacă bisectoarele unghiurilor \widehat{ABC} și \widehat{ACB} ale triunghiului echilateral ABC se intersectează în punctul I , atunci măsura unghiului \widehat{AIC} este egală cu:
A. 90° **B.** 120° **C.** 60° **D.** 100°
- 4 p** 9. Dacă numerele a și b sunt întregi cu suma -7 , atunci numărul $2|a+b|$ este egal cu:
A. 6 **B.** 7 **C.** 14 **D.** 21
- 4 p** 10. Triunghiul ABC are ortocentrul H . Dacă $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, atunci:
A. $H \in (BC)$ **B.** $H \in \text{int}(\triangle ABC)$ **C.** $H = A$ **D.** $H = B$

SUBIECTUL II (30 puncte)

Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

1. Se consideră proporția $\frac{a}{2,5} = \frac{3,2}{b}$, unde a și b sunt numere naturale mai mari decât 1.
- 3 p a) $a \cdot b = \dots\dots\dots$
- 3 p b) $a + b = \dots\dots\dots$
2. Triunghiul ABC are $AB = AC$ și $m(\widehat{BAC}) = 36^\circ$. Bisectoarea unghiului \widehat{ABC} intersectează latura $[AC]$ în punctul E .
- 3 p a) Măsura unghiului \widehat{ACB} este egală cu $\dots\dots\dots^\circ$.
- 3 p b) Măsura unghiului \widehat{AEB} este egală cu $\dots\dots\dots^\circ$.
3. Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 10\}$.
- 3 p a) Numărul de elemente din mulțimea A este egal cu $\dots\dots\dots$.
- 3 p b) Suma modulelor numerelor din mulțimea A este egală cu $\dots\dots\dots$.
4. Se consideră triunghiul echilateral ABC , în care $AC = 10$ cm, iar M este mijlocul laturii $[AC]$.
- 3 p a) Măsura unghiului \widehat{MBC} este egală cu $\dots\dots\dots^\circ$.
- 3 p b) $MA = \dots\dots\dots$ cm.
5. Dacă x și y sunt numere raționale pozitive astfel încât $2x = 3y$, atunci:
- 3 p a) $\frac{x}{y} = \dots\dots\dots$
- 3 p b) $\frac{x+y}{x-y} = \dots\dots\dots$

SUBIECTUL III (20 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

1. Pentru fiecare număr natural $n \geq 1$ se consideră numărul $a_n = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots$, unde suma are n termeni. (Exemplu: $a_7 = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7$).
- 5 p a) Calculați $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$.
- 5 p b) Calculați $a_{2011} + a_{2012}$.
2. Triunghiul ascuțitunghic ABC are $m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$ și ortocentrul H . Notăm $\{E\} = BH \cap AC$.
- 5 p a) Arătați că $EH = EC$.
- 5 p b) Arătați că triunghiurile AHE și BEC au perimetre egale.

Punctaj total 100 puncte.

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a III-a – 12.05.2012

Barem de corectare și notare

Clasa a VI-a

Subiectele I și II

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	B	A	D	C	B	A	D	B	C	C

Nr. item	II.1.a)	II.1.b)	II.2.a)	II.2.b)	II.3.a)	II.3.b)	II.4.a)	II.4.b)	II.5.a)	II.5.b)
Rezultate	8	6	72	108	19	90	30	5	1,5	5

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1.	a) $a_1 = 1, a_2 = 1 - 2 = -1, a_3 = 1 - 2 + 3 = 2, a_4 = 1 - 2 + 3 - 4 = -2.$	4p
	$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$	1p
	b) Avem $a_{2011} = 1 - 2 + 3 - \dots + 2011 = 1 + \underbrace{(-2 + 3) + \dots + (-2010 + 2011)}_{1005 \text{ paranteze}} = 1006.$	3p
	iar $a_{2012} = a_{2011} - 2012 = 1006 - 2012 = -1006.$	1p
	Deci $a_{2011} + a_{2012} = 0.$	1p
2.	a) Notăm $\{F\} = CH \cap AB$. Rezultă că triunghiul CFA este dreptunghic în F.	2p
	Deoarece $m(\widehat{CAF}) = 45^\circ$, rezultă că $m(\widehat{ECH}) = 45^\circ$.	1p
	Rezultă că triunghiul ECH este dreptunghic isoscel, cu $EH = EC$.	2p
	b) Triunghiul BEA este dreptunghic isoscel, Deci $AE = EB$	2p
	Triunghiurile dreptunghice AEH și BEC sunt congruente (C.C.)	2p
Rezultă că triunghiurile AHE și BEC au perimetre egale.	1p	

- Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.

Numele și Prenumele	
Școala	

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a III-a – 12.05.2012

Clasa a VII-a

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

SUBIECTUL I (40 puncte)

La exercițiile 1-10 încercuți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

- 4 p** 1. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $x^2 = 25$?
A. $\{\pm 2\}$ **B.** $\{\pm 4\}$ **C.** $\{\pm 5\}$ **D.** $\{5\}$
- 4 p** 2. Care dintre expresiile de mai jos este egală cu $(x-3)(x+1)$?
A. $x^2 - 2x - 3$ **B.** $x^2 + 2x - 3$ **C.** $x^2 - 2x + 3$ **D.** $x^2 + 2x + 3$
- 4 p** 3. Care dintre expresiile de mai jos este egală cu $x^2 - 49$?
A. $(x-7)(x+7)$ **B.** $(x-7)^2$ **C.** $(x+7)^2$ **D.** $(x-3)(x-7)$
- 4 p** 4. Care dintre expresiile următoare este egală cu $(x-1)^2$?
A. $x^2 + 2x + 1$ **B.** $x^2 - 2x + 1$ **C.** $x^2 - 4x + 1$ **D.** $x^2 + 1$
- 4 p** 5. Care este soluția ecuației $\sqrt{2} \cdot x + \sqrt{8} = 0$?
A. $\sqrt{6}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** 2 **D.** -2
- 4 p** 6. Care dintre următoarele variante este valoarea lui $\sin 60^\circ$?
A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 4 p** 7. Catetele unui triunghi dreptunghic au lungimile de 6 cm și 8 cm. Care este lungimea ipotenuzei?
A. 4 cm **B.** 10 cm **C.** 5 cm **D.** 14 cm
- 4 p** 8. Un pătrat are latura de 4 cm. Care este lungimea diagonalei pătratului?
A. $\sqrt{2}$ cm **B.** 8 cm **C.** $4\sqrt{2}$ cm **D.** 6 cm
- 4 p** 9. Un dreptunghi are o latură de 3 cm și diagonala de 5 cm. Care este lungimea celeilalte laturi?
A. 4 cm **B.** 6 cm **C.** 10 cm **D.** 8 cm
- 4 p** 10. Un pătrat are aria de 121 cm^2 . Care este lungimea laturii pătratului?
A. 10 cm **B.** 11 cm **C.** 9 cm **D.** 8 cm

SUBIECTUL II (30 puncte)

Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

1. Două numere a și b au suma 14 și diferența 6.
- 3 p a) Diferența pătratelor lor este
- 3 p b) Media lor aritmetică este
- 3 p 2. a) Dacă $a - b = 4$ și $a^2 - b^2 = 40$, atunci $a + b =$
- 3 p b) Dacă $a + b = 4$ și $a \cdot b = 2$, atunci $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} =$
3. Se dau numerele $x = \sqrt{2} + 1$ și $y = \sqrt{2} - 1$
- 3 p a) $x \cdot y =$
- 3 p b) $x + y =$
- 3 p 4. a) Un pătrat are aria de 200 cm^2 . Perimetrul pătratului este de cm .
- 3 p b) Un romb are diagonalele de 6 cm și 8 cm . Perimetrul rombului este de cm .
5. Un dreptunghi are o latura de 4 cm și diagonala de 5 cm .
- 3 p a) Perimetrul dreptunghiului este de cm .
- 3 p b) Aria dreptunghiului este de cm^2 .

SUBIECTUL III (20 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

- 6 p 1. a) Se consideră numărul $N = \sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{4 - \sqrt{15}} + \sqrt{6 - \sqrt{35}} + \sqrt{8 - \sqrt{63}}$. Arătați că $N\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$.
- 4 p b) Demonstrați că există o infinitate de numere raționale a , astfel încât numărul $\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}$ să fie rațional.
2. Se consideră trapezul $ABCD$ în care $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ADC}) = 90^\circ$ și $AC \perp BD$. Se știe că $AB = 4 \text{ cm}$ și $AC = 8\sqrt{5} \text{ cm}$, $AB < CD$.
- 5 p a) Calculați lungimea segmentului $[DC]$.
- 5 p b) Calculați aria triunghiului MCD , unde $\{M\} = AD \cap BC$.

Punctaj total 100 puncte.

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a III-a – 12.05.2012

Barem de corectare și notare

Clasa a VII-a

Subiectele I și II

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	C	A	A	B	D	D	B	C	A	B

Nr. item	II.1.a)	II.1.b)	II.2.a)	II.2.b)	II.3.a)	II.3.b)	II.4.a)	II.4.b)	II.5.a)	II.5.b)
Rezultate	84	7	10	2	1	$2\sqrt{2}$	$40\sqrt{2}$	20	14	12

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1.	a) $\sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$.	2p
	Analog: $\sqrt{4-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, $\sqrt{6-\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$, $\sqrt{8-\sqrt{63}} = \frac{\sqrt{9}-\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$.	3p
	$N\sqrt{2} = \frac{\sqrt{9}-1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 2 \in \mathbb{Q}$.	1p
	b) Fie $r \in \mathbb{Q}_+^*$. Considerăm $a = \frac{r^4+4}{4r^2}$.	2p
	Avem că $a+1 = \frac{(r^2+2)^2}{4r^2}$, iar $a-1 = \frac{(r^2-2)^2}{4r^2}$.	1p
	Obținem $\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1} = \frac{r^2+2}{2r} + \frac{r^2-2}{2r} = r \in \mathbb{Q}_+^*$.	1p
2.	a) Paralela prin punctul A la dreapta BD intersectează dreapta DC în punctul E, deci $ED = AB = 4$ cm.	1p
	Notăm $DC = x$. Conform teoremei catetei aplicată în triunghiul dreptunghic AEC, obținem $AC^2 = DC \cdot EC$, adică $320 = x(x+4)$.	2p
	Ultima egalitate este echivalentă cu $324 = (x+2)^2$.	1p

Obținem $x + 2 = 18$, de unde $x = 16$ cm.	1p
b) Conform teoremei înălțimii aplicată în triunghiul dreptunghic AEC , obținem $AD^2 = DE \cdot DC = 64$, deci $AD = 8$ cm.	2p
Triunghiurile MAB și MDC sunt asemenea, deci $\frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC}$ de unde obținem $MD = \frac{32}{3}$ cm	2p
$A_{MDC} = \frac{DC \cdot DM}{2} = \frac{256}{3} \text{ cm}^2$.	1p

- **Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.**

- 4 p | 10. ABCDA'B'C'D' este cub. Care este măsura $\sphericalangle ABC$?
 A. 0° B. 180° C. 60° D. 90°

SUBIECTUL II (30 puncte)

Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

1. Suma a două numere naturale este 80, iar primul număr este de 4 ori mai mare ca al doilea.
- 3 p a) Numerele sunt și
- 3 p b) Modulul diferenței lor este
2. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + m$, $m \in \mathbb{R}$.
- 3 p a) $m = \dots\dots\dots$ pentru care $A(1; 7) \in Gf$.
- 3 p b) Pentru $m = 2$, $f(3) = \dots\dots\dots$.
- 3 p 3. a) Simplificând cu x , raportul $\frac{x^2 + x}{x^3 + x^2 + x} = \dots\dots\dots$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- 3 p b) Amplificând cu x , raportul $\frac{2x + 1}{x} = \dots\dots\dots$, $x \in \mathbb{R}^*$.
- 3 p 4. a) Cubul ABCDA'B'C'D' are latura de 1 cm. Aria laterală a cubului este cm^2 .
- 3 p b) ABCA'B'C' este o prismă triunghiulară regulată dreaptă cu toate muchiile de 2 cm. Aria laterală a prisme este cm^2 .
- 3 p 5. a) Un cub are diagonala de $2\sqrt{3} cm$. Volumul cubului este cm^3 .
- 3 p b) O piramida are aria bazei $10 cm^2$ și volumul de $80 cm^3$. Înălțimea sa este cm.

SUBIECTUL III (20 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

1. Se dă funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, astfel încât $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.
- 4 p a) Să se determine a și b , pentru care punctele $M(0; -1)$ și $N(-1; -3)$ aparțin graficului funcției f .
- 4 p b) Pentru $a = 2$ și $b = -1$, să se calculeze $f\left(\frac{1}{100}\right) \cdot f\left(\frac{1}{99}\right) \cdot f\left(\frac{1}{98}\right) \cdot \dots \cdot f\left(\frac{1}{3}\right) \cdot f\left(\frac{1}{2}\right)$.
- 2 p c) Pentru $a = 2$ și $b = -1$, să se calculeze $f\left(\frac{1}{1 \cdot 2}\right) + f\left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right) + f\left(\frac{1}{3 \cdot 4}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{99 \cdot 100}\right)$.
2. Se consideră un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile a, b, c .
- 6 p a) Să se afle câte paralelipedede dreptunghice egale se obțin, dacă împărțim fiecare muchie a paralelipipedului în trei părți egale și ducem plane paralele cu fețele paralelipipedului, prin aceste puncte.
- 4 p b) Să se arate că, dacă în interiorul paralelipipedului inițial considerăm $n^3 + 1$ puncte distincte, atunci există cel puțin două dintre ele care au distanța mai mică sau egală cu $\frac{1}{n} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Punctaj total 100 puncte.

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a III-a – 12.05.2012

Barem de corectare și notare

Clasa a VIII-a

Subiectele I și II

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr.item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Răspunsul	D	A	A	A	B	C	C	B	B	D

Nr.item	II.1.a)	II.1.b)	II.2.a)	II.2.b)	II.3.a)	II.3.b)	II.4.a)	II.4.b)	II.5.a)	II.5.b)
Răspunsul	16 și 64	48	2	17	$\frac{x+1}{x^2+x+1}$	$\frac{2x^2+x}{x^2}$	4	12	8	24

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1.	a) $f(0) = -1 \Rightarrow b = -1.$	2 p
	$f(-1) = -3 \Rightarrow -a + b = -3 \Rightarrow a = 2.$	2 p
	b) $f(x) = 2x - 1$	2 p
	$f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$, deci produsul cerut este 0.	2 p
	c) $f(x) = 2x - 1$ $f\left(\frac{1}{1 \cdot 2}\right) + f\left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right) + f\left(\frac{1}{3 \cdot 4}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{99 \cdot 100}\right) = 2\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}\right) - 99 =$ $= 2\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) - 99 = 2 \cdot \frac{99}{100} - 99 = -\frac{9702}{100} = -97,02.$	2 p
2.	a) Se descompune în 3^3 paralelipede cu dimensiunile $\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, \frac{c}{3}.$	6 p
	b) Se descompune în n^3 paralelipede cu dimensiunile $\frac{a}{n}, \frac{b}{n}, \frac{c}{n}.$	2 p
	Cel puțin două puncte vor fi într-un paraleliped din descompunerea făcută, deci distanța dintre ele va fi mai mică sau egală cu diagonala paralelipedului,	1 p
	adică $\frac{1}{n} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$	1 p

- Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.