EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 050

5p **1.** Fie fracția zecimală periodică $0,(769230)=0,a_1a_2a_3....$ Să se calculeze $a_1+a_2+a_3+....+a_{2008}$.

5p **2.** Să se arate că dreapta de ecuație $y=2x-1$ nu intersectează parabola de ecuație $y=x^2+x+1$.

5p **3.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_2 x+\log_4 x^2=6$.

5p **4.** Într-o clasă sunt 25 de elevi dintre care 13 sunt fete. Să se determine numărul de moduri în care se poate alege un comitet reprezentativ al clasei format din 3 fete și 2 băieți.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(-1,1)$, $C(1,3)$ și $D(a,4)$, $a\in\mathbb{R}$. Să se determine *a* pentru care dreptele *AB* și *CD* sunt perpendiculare.

5p **6.** Știind că $\alpha\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ și că $\sin\alpha=-\frac{4}{5}$, să se calculeze $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 088

1. Fie matricea $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Se notează cu X^t transpusa unei matrice pătratice X și cu $\operatorname{Tr}(X)$ suma elementelor de pe diagonala principală a matricei X.

5p **a)** Să se demonstreze că $\operatorname{Tr}(A + A^t) = 2\operatorname{Tr}(A)$.

5p **b)** Să se demonstreze că dacă $\operatorname{Tr}(A \cdot A^t) = 0$, atunci $A = O_2$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă suma elementelor matricei $A \cdot A^t$ este egală cu 0, atunci $\det(A) = 0$.

2. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $K = \{aI_2 + bA \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$.

5p **a)** Să se arate că $A^2 \in K$.

5p **b)** Să se arate că mulțimea K este parte stabilă în raport cu înmulțirea matricelor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Q})$.

5p **c)** Să se arate că pentru orice $X \in K, X \neq O_2$ există $Y \in K$ astfel încât $XY = I_2$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 076

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1}$.

5p **a)** Să se arate că graficul funcției f admite asimptotă orizontală spre $+\infty$.

5p **b)** Să se studieze monotonia funcției f.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{f(1)+f(2)+...+f(n)}{n}\right)^n$.

2. Se consideră şirul $(I_n)_{n\geq 1}$, $I_n=\int_0^1 x^n\sqrt{1-x^2}\,dx$.

5p **a)** Să se calculeze I_1.

5p **b)** Să se arate că $(n+2)I_n=(n-1)I_{n-2}$ pentru orice $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 3$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} I_n$.