

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a II-a – 03.03.2012

Barem de corectare și notare

Clasa a XII-a M2

Subiectul I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	A	C	C	B	C	B	B	A	E	A

Subiectul II

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. $\int_0^1 (2x + e^x) dx = \int_0^1 2x dx + \int_0^1 e^x dx$ (1 p) $= x^2 \Big|_0^1 + e^x \Big|_0^1$ (1 p) $= e$ (1 p).

2. $\int_1^e x \ln x dx = \int_1^e \left(\frac{x^2}{2} \right)' \ln x dx$ (1 p) $= \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx$ (1 p) $= \frac{e^2 + 1}{4}$ (1 p).

3. $\int_0^1 x e^x dx = \int_0^1 x (e^x)' dx$ (1 p) $= x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$ (1 p) $= 1$ (1 p).

4. $\int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx = \int_1^2 \frac{(x^2+x+1)'}{x^2+x+1} dx$ (1 p) $= \ln(x^2+x+1) \Big|_1^2$ (1 p) $= \ln \frac{7}{3}$ (1 p).

5. $\int_0^1 \frac{2x}{x^4+1} dx = \int_0^1 \frac{(x^2)'}{x^4+1} dx$ (1 p) $= \int_0^1 \frac{dt}{t^2+1}$ (1 p) $= \arctg 1 = \frac{\pi}{4}$ (1 p).

6. Funcția $f(x) = x\sqrt{x^2+2}$, $x \in [-2, 2]$ este impară (1 p), deci integrala este 0 (2 p).

7. $(x * y) * z = (x + y + a) * z = x + y + z + 2a$ (1 p).

$x * (y * z) = x + (y * z) + a = x + y + z + 2a$ (1 p), de unde concluzia (1 p).

8. $2 \circ 4 = 4b - 2$ (1 p), $4 \circ 2 = 2b$ (1 p), deci $b = 1$ (1 p).

9. Fie e elementul neutru. Atunci $x \bullet e = e \bullet x = x \Rightarrow x + ce = e + cx = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ (1 p)
 $\Rightarrow c = 1, e = 0$ (2 p).

10. $\hat{0} + \hat{0} = \hat{0}$, $\hat{2} + \hat{2} = \hat{0}$ (1 p), $\hat{1} + \hat{1} = \hat{3} + \hat{3} = \hat{2}$ (1 p), deci $x = \hat{1}$, $x = \hat{3}$ (1 p).

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c, x \in \mathbb{R}$ (1 p). Din $F(0) = 2$ rezultă că $c = 2$, deci $F(6) = 98$ (1 p).

2. $\frac{2}{x(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x+2}$ (1 p), deci

$$\int_1^2 \frac{2}{x(x+1)(x+2)} dx = \left(\ln x - 2 \ln(x+1) + \ln(x+2) \right) \Big|_1^2 = \ln \frac{32}{27} \text{ (1 p).}$$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_1^x \frac{1}{y^2 + y} dy = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_1^x \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y+1} \right) dy = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\ln y - \ln(y+1) \right) \Big|_1^x$ (1 p)

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\ln \frac{x}{x+1} + \ln 2 \right) = \ln 2 \text{ (1 p).}$$

4. Avem $A(n) \cdot A(m) = A(n+m) \in G$, pentru că $m+n \in \mathbb{Z}$ (1 p). Înmulțirea matricelor este asociativă, $I_2 = A(0) \in G$ și inversa matricei $A(n)$ este $A(-n)$ (1p).

5. Fie $a = x - y$. Relația $x + x = y + y$ se scrie $a + a = \hat{0}$, deci $a = \hat{0}$ sau $a = \hat{50}$ (1 p).

Obținem $x = y$ sau $x = y + \hat{50}$. În fiecare caz sunt 100 de perechi, deci, în total, sunt 200 de perechi (1 p).

- Total 100 de puncte, din care 10 sunt din oficiu.