

EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

Etapa a II-a – 03.03.2012

Barem de corectare și notare

Clasa a XI-a M2

Subiectul I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Nr. item	I.1.	I.2.	I.3.	I.4.	I.5.	I.6.	I.7.	I.8.	I.9.	I.10.
Rezultate	B	A	C	C	D	D	B	E	D	C

Subiectul II

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2-4x+4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{x-4+\frac{4}{x}} \quad (2 \text{ p}) = 0 \quad (1 \text{ p}).$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x^2-4x+4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2} \quad (2 \text{ p}) = \infty \quad (1 \text{ p}).$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{x^2+2} + x} \quad (2 \text{ p}), \text{ de unde limita este } 0 \quad (1 \text{ p}).$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+2} + x) = \lim_{y \rightarrow \infty} (\sqrt{y^2+2} - y) \quad (2 \text{ p}), \text{ de unde limita este } 0 \quad (1 \text{ p}).$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} \quad (2 \text{ p}) = \frac{1}{4} \quad (1 \text{ p}).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{x+3} \quad (2 \text{ p}) = \frac{1}{3} \quad (1 \text{ p}).$$

$$7. m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+1} = 1 \quad (1 \text{ p}). \quad n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x+1} = -1 \quad (1 \text{ p}).$$

Ecuația asimptotei oblice la graficul funcției este $y = x - 1$ (1 p).

$$8. AB = \begin{pmatrix} 13 & -7 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}. \quad (1 \text{ p}). \quad BA = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ p}). \quad AB - BA = \begin{pmatrix} 13 & -8 \\ 4 & -13 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ p}).$$

9. Scăzând linia 1 din linia 3, determinantul este egal cu $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ 2a & 2b & 2c \end{vmatrix} \text{ (1 p)} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a & b & c \end{vmatrix} \text{ (1 p)}$

$\text{p)} = 0 \text{ (1 p)}$.

10. $A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \text{ (1 p)}, \det(A^2) = 1, (A^2)^* = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \text{ (1 p)} \quad (A^2)^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \text{ (1 p)}$.

Subiectul III

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. $\lim_{x \nearrow 1} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \nearrow 1} \frac{(x-2)^2}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \nearrow 1} \frac{x-2}{x-1} \text{ (1 p)}. \lim_{x \nearrow 1} \frac{1}{x-1} = -\infty, \text{ deci } \lim_{x \nearrow 1} \frac{x-2}{x-1} = \infty \text{ (1 p)}$.

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - a \right) = \begin{cases} \infty, & a < 1 \\ -\infty, & a > 1 \end{cases}, \text{ deci este necesar } a = 1 \text{ (1 p)}. \text{ Pentru } a = 1, \text{ limita}$

este $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x} = 1, \text{ deci } a = 1 \text{ (1 p)}$.

3. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(x - \sqrt[3]{x^3 + 3} \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 3} + \left(\sqrt[3]{x^3 + 3} \right)^2} = 0 \text{ (1 p)}, \text{ deci}$

dreapta $y = 0$ este asimptotă orizontală la $\pm\infty$ (1 p).

4. $X^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \text{ (1 p)} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ (1 p)}$.

5. Determinantul este egal cu $\begin{vmatrix} 1 & -1 & x \\ 2 & 0 & 1 \\ 4 & x+1 & 4 \end{vmatrix} = 2x(x+1) - 4 - x - 1 + 8 = 2x^2 + x + 3 \text{ (1 p)}$.

Avem ecuația $2x^2 + x - 3 = 0$, cu soluțiile $x_1 = 1, x_2 = -\frac{3}{2} \text{ (1 p)}$.

- Total 100 de puncte, din care 10 sunt din oficiu.